Pojemność elektryczna

Równanie kondensatora:

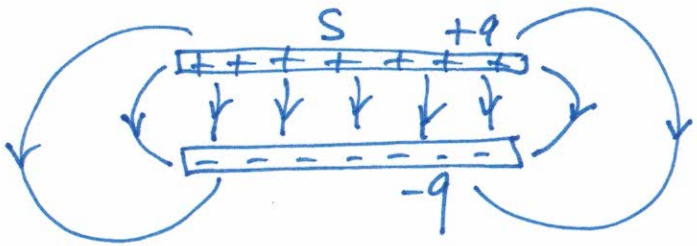
$$q = CU$$

$U = \Delta V$ napięcie

C – pojemność kondensatora

Jednostka pojemności w układzie SI

$$1 \text{ farad} = 1\,F = 1\,\frac{C}{V} \quad \left(\frac{\text{Kulomb}}{\text{wolt}}\right)$$

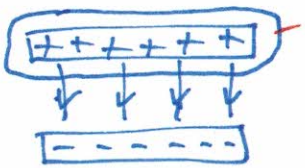


Kondensator płaski.

Natężenie pola elektrycznego w kondensatorze

Prawo Gaussa: $\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon_0 E S = q \qquad E = \frac{q}{\varepsilon_0 S}$$

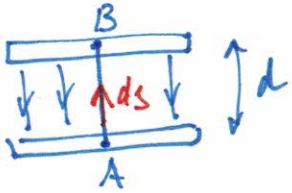


powierzchnia Gaussa

Napięcie na kondensatorze

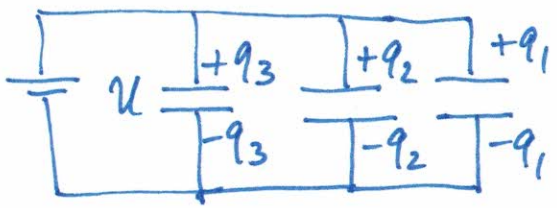
$$U = \int_A^B E\,ds = Ed$$

$$C = \frac{U}{q} = \frac{Ed}{\varepsilon_0 E S} \qquad \boxed{C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}}$$



kondensator płaski.

Kondensatory połączone równolegle



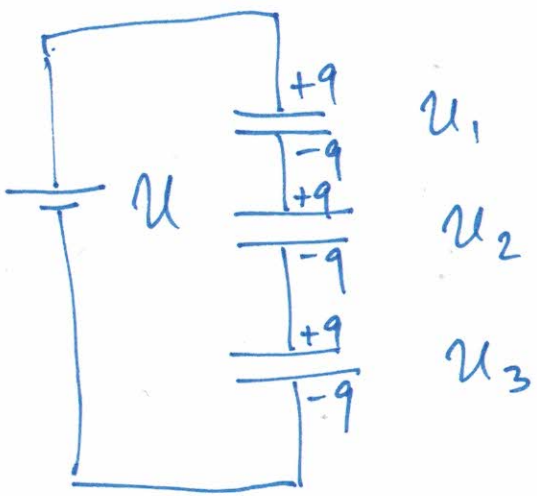
$$q_1 = C_1 U \,, \quad q_2 = C_2 U \,, \quad q_3 = C_3 U$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3) U$$

$$\boxed{C_{zw} = \sum_{j=1}^{n} C_j}$$

n kondensatorów

Kondensatory połączone szeregowo



$$U_1 = \frac{q}{C_1} \,, \quad U_2 = \frac{q}{C_2} \,, \quad U_3 = \frac{q}{C_3}$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{zw}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j}}$$

Energia zmagazynowana w polu elektrycznym

Praca przeniesienia ładunku dq' z jednej płytki kondensatora na drugą:

$$dW = U' dq' = \frac{q'}{C} dq'$$

$$W = \int dW = \frac{1}{C} \int_0^q q' dq' = \frac{q^2}{2C}$$

$$\boxed{E_p = \frac{q^2}{2C}} \qquad \boxed{E_p = \frac{1}{2} C U^2}$$

$\Delta V = -\frac{W}{q}$

U' – napięcie w chwili, kiedy przeniesiony ładunek stanowił q'

q – całkowity ładunek przeniesiony z jednej płytki na drugą

Gęstość energii pola elektrycznego

$$u = \frac{E_p}{Sd} = \frac{CU^2}{2Sd} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \left(\frac{U}{d}\right)^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

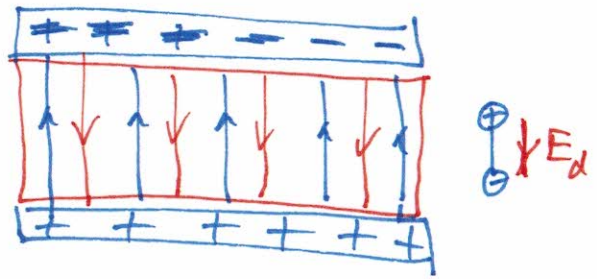
$$\boxed{u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2}$$

$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$

$E = \frac{U}{d}$

Kondensator z dielektrykiem

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d} = \varepsilon_r C_{próżni}$$



ε_r – przenikalność elektryczna względna materiału izolującego (dielektryka)

W obszarze wypełnionym całkowicie materiałem dielektrycznym o względnej przenikalności ε_r wszystkie równania elektrostatyki, zawierające przenikalność elektryczną próżni ε_0 należy zmodyfikować, zastępując ε_0 przez $\varepsilon_r \varepsilon_0$

Przenikalność dielektryków ε_r

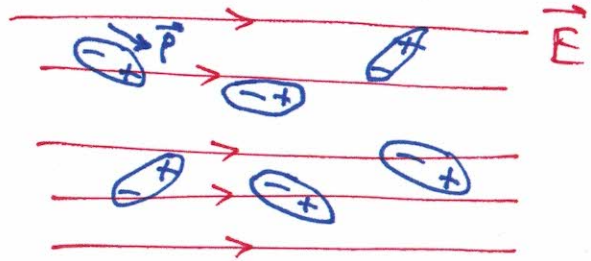
Powietrze	1,00054
Porcelana	6,5
tytanian strontu	310

Pole elektryczne ładunku punktowego wewnątrz dielektryka:

$$E = \frac{1}{4\pi \varepsilon_r \varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

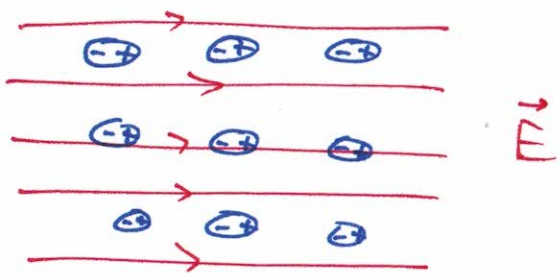
Dielektryki: obraz mikroskopowy

1) Dielektryki polarne: cząsteczki mają trwałe momenty dipolowe (np. woda)



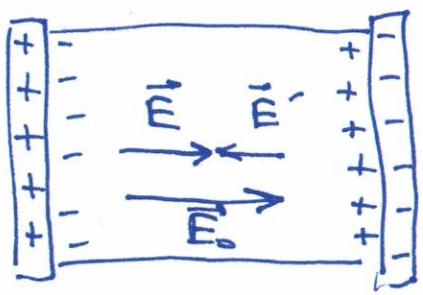
Uporządkowane dipole elektryczne wytwarzają pole elektryczne skierowane przeciwnie do przyłożonego pola i mniejszej wartości.

2) Dielektryki niepolarne: po umieszczeniu w zewnętrznym polu elektrycznym cząsteczki uzyskują indukowane momenty dipolowe



Bez pola moment dipolowy $\vec{p}=0$

Kondensator z dielektrykiem:



$E < E_0$

$\vec{E}_0$ – przyłożone pole

$\vec{E}'$ – pole ładunków powierzchniowych

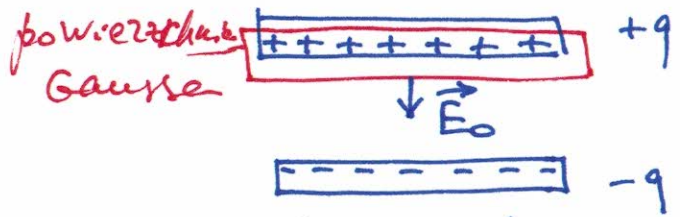
$\vec{E}$ – pole wypadkowe

Dielektryki i prawo Gaussa

Bez dielektryka:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 E_0 S = q$$

$$E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 S}$$

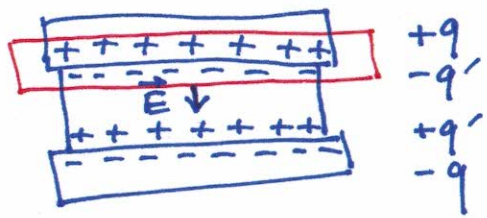


Kondensator bez dielektryka

Z dielektrykiem:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 E S = q - q'$$

$$E = \frac{q - q'}{\varepsilon_0 S}$$



Kondensator z dielektrykiem

Wprowadzimy ε_r przez wyrażenie

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{q}{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}$$

$$\Rightarrow \quad q - q' = \frac{q}{\varepsilon_r}$$

Prawo Gaussa dla dielektryka: $\boxed{\varepsilon_0 \oint \varepsilon_r \vec{E} \cdot d\vec{S} = q}$

całka strumienia zawiera $\varepsilon_r \vec{E}$, a nie $\vec{E}$

Wektor $\varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$ nazywamy indukcją elektryczną $\vec{D}$.

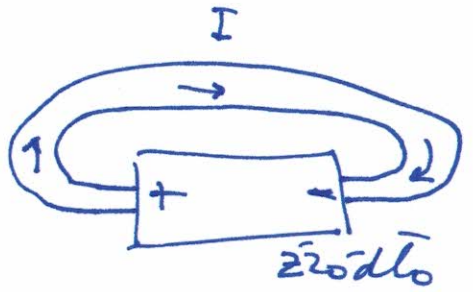
Wtedy prawo Gaussa w dielektryku:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

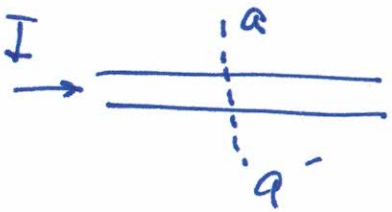
W ogólnym przypadku ε_r może nie być stałą na całej powierzchni Gaussa.

Prąd elektryczny

Dodanie źródła wprowadza różnicę potencjałów i wytwarza pole elektryczne w przewodniku, a pole powoduje ruch ładunków



Natężenie prądu elektrycznego

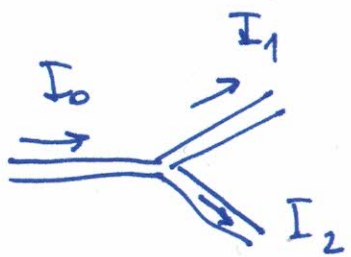


Jeśli ładunek dq przechodzi przez płaszczyznę aa' w czasie dt, to natężenie prądu I przez płaszczyznę jest

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Jednostka: $A = \frac{C}{s}$ (amper)

kulomb/sekunda



Ładunek jest zawsze zachowany.

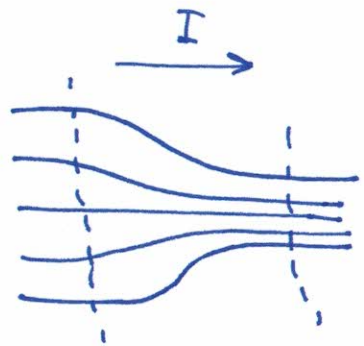
Dlatego $I_0 = I_1 + I_2$

Strzałka prądu jest w kierunku, w którym poruszałyby się dodatnio naładowane nośniki.

Gęstość prądu elektrycznego

Gęstość prądu jest równa natężeniu prądu, przypadającego na jednostkę pola powierzchni przekroju

$$I = \int \vec{j} \cdot d\vec{S}$$



Linii prądu

Jeśli $\vec{j}$ jest prostopadłe do powierzchni i prąd jest stały, to

$$I = jS, \quad j = \frac{I}{S}$$

Prędkość unoszenia

$v_d \sim 10^{-5} \frac{m}{s}$

$v \sim 10^{6} \frac{m}{s}$

Oznaczamy prędkość unoszenia (dryfu) elektronów w polu elektrycznym v_d (w kierunku przeciwnym do pola $\vec{E}$)

Liczba nośników w przewodniku o długości L: nSL

Całkowity ładunek w przewodniku o długości L: $q = e(nSL)$

Cały ten ładunek przepływa przez dowolny przekrój za czas $t = \frac{L}{v_d}$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{q}{t} = \frac{enSL}{L/v_d} = nSev_d$$

$$\Rightarrow \quad v_d = \frac{I}{ens} = \frac{j}{ne}$$

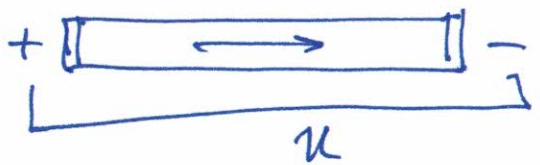
W postaci wektorowej: $\boxed{\vec{j} = en\vec{v}_d}$

en – gęstość ładunku nośników

Opór elektryczny

Opór jest określony wzorem:

$$\boxed{R = \frac{U}{I}}$$ definicja oporu



Jednostka oporu: $\text{om} = \Omega = \frac{V}{A}$ $\left(\frac{\text{volt}}{\text{amper}} = \text{om}\right)$

Opór elektryczny właściwy:

$$\boxed{\rho = \frac{E}{j}}$$

$$[\rho] = \frac{V/m}{A/m^2} = \Omega \cdot m$$

Przewodność elektryczna właściwa

$$\boxed{\sigma = \frac{1}{\rho}}$$

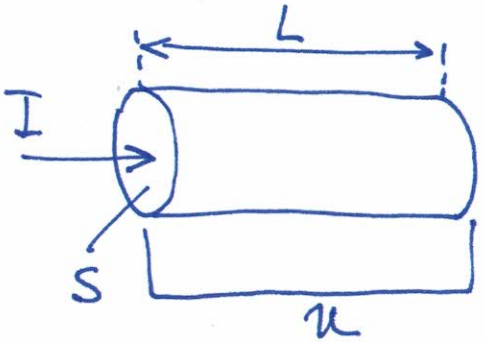
$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E}}$$

$$[\sigma] = \frac{1}{\Omega} = S \ (\text{simens})$$

Obliczanie oporu elektrycznego

$$R = \frac{U}{I} = \frac{EL}{jS} = \rho \frac{L}{S}$$

$$\boxed{R = \rho \frac{L}{S}}$$



$U = EL$

$I = jS$

$\frac{E}{j} = \rho$

Zależność od temperatury

Wzór empiryczny: $\boxed{\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0)}$

ρ_0 – opór właściwy przy $T = T_0$

α – współczynnik temperaturowy oporu właściwego

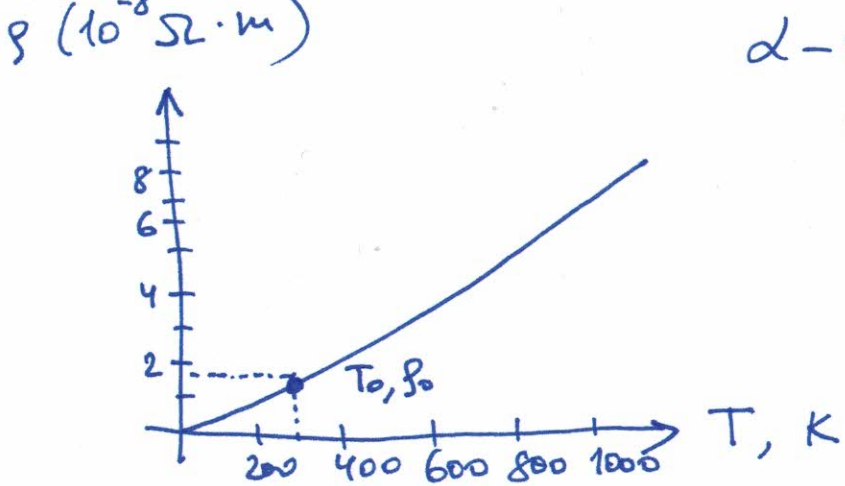


Tabela 27.1. Opór elektryczny właściwy dla niektórych substancji w temperaturze pokojowej (20°C)

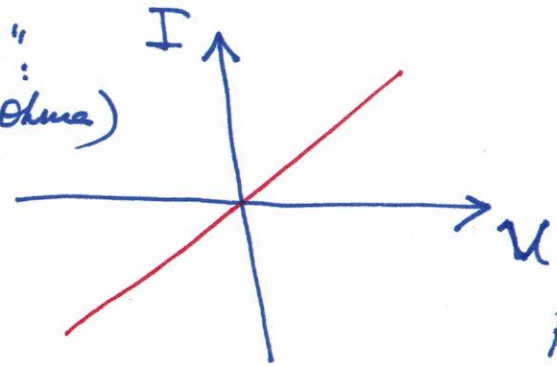
Materiał	Opór elektryczny właściwy ρ [$\Omega \cdot m$]	Współczynnik temperaturowy oporu właściwego α [K^{-1}]
	Typowe metale	
Srebro	$1{,}62 \cdot 10^{-8}$	$4{,}1 \cdot 10^{-3}$
Miedź	$1{,}69 \cdot 10^{-8}$	$4{,}3 \cdot 10^{-3}$
Glin	$2{,}75 \cdot 10^{-8}$	$4{,}4 \cdot 10^{-3}$
Wolfram	$5{,}25 \cdot 10^{-8}$	$4{,}5 \cdot 10^{-3}$
Żelazo	$9{,}68 \cdot 10^{-8}$	$6{,}5 \cdot 10^{-3}$
Platyna	$10{,}6 \cdot 10^{-8}$	$3{,}9 \cdot 10^{-3}$
Manganin[a]	$4{,}82 \cdot 10^{-8}$	$0{,}002 \cdot 10^{-3}$
	Typowe półprzewodniki	
Czysty krzem	$2{,}5 \cdot 10^{3}$	$-70 \cdot 10^{-3}$
Krzem typu n[b]	$8{,}7 \cdot 10^{-4}$	
Krzem typu p[c]	$2{,}8 \cdot 10^{-3}$	
	Typowe izolatory	
Szkło	10^{10}–10^{14}	
Stopiony kwarc	$\sim 10^{16}$	

[a] Specjalnie przygotowany stop o małej wartości współczynnika temperaturowego α.
[b] Czysty krzem domieszkowany fosforem do otrzymania koncentracji nośników ładunku 10^{23} m^{-3}.
[c] Czysty krzem domieszkowany glinem do otrzymania koncentracji nośników ładunku 10^{23} m^{-3}.

Prawo Ohma

Natężenie prądu, płynącego przez przewodnik jest zawsze wprost proporcjonalne do różnicy potencjałów, przyłożonej do przewodnika

Opornik "ohmowy":
(spełnia prawo Ohma)

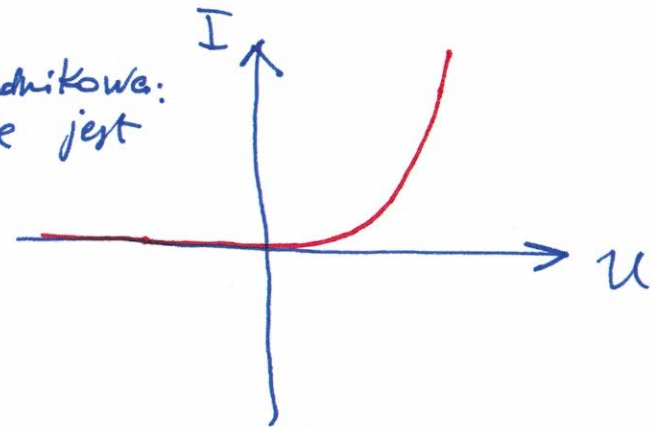


$$R = \frac{U}{I} = const$$

Element obwodu spełnia prawo Ohma, gdy jego opór nie zależy od wartości i polaryzacji przyłożonej różnicy potencjałów.

Materiał przewodzący spełnia prawo Ohma, gdy opór właściwy materiału nie zależy od wartości i kierunku przyłożonego pola elektrycznego

Dioda półprzewodnikowa:
(prawo Ohma nie jest spełnione)



Prawo Ohma — obraz mikroskopowy

Elektron w polu E doznaje przyspieszenia

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$$

Czas (średni) między zderzeniami : τ

W czasie τ elektron uzyska prędkość unoszenia $v_d = a\tau$

$$v_d = a\tau = \frac{eE\tau}{m}$$

Gęstość prądu

$$j = env_d = \frac{e^2 nE\tau}{m} = \underbrace{\frac{e^2 n\tau}{m}}_{\sigma} E$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{e^2 n\tau}{m}}$$

$\sigma \simeq const$