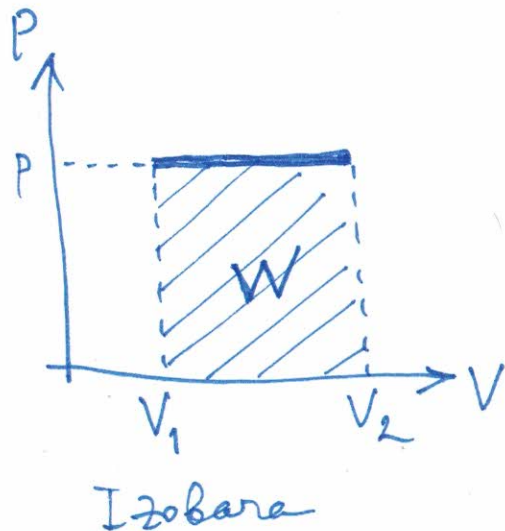


Przemiana izobaryczna $p = \text{const}$



Równanie izobary

$$\frac{V}{T} = \text{const}$$

(J. L. Gay-Lussac)

Wykonane prace: $W = p(V_2 - V_1)$

Objętość gazu przy $p = \text{const}$ jest proporcjonalna do temperatury.

Dostarczone ciepło: $\Delta Q = n C_p \Delta T$

Wykonane prace: $\Delta W = p \Delta V = n R \Delta T$

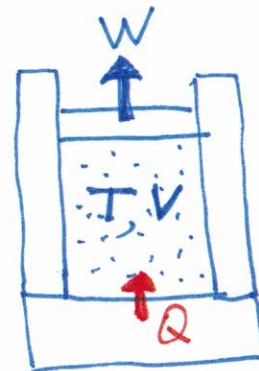
$$\Delta E_w = \Delta Q - \Delta W$$

$$n C_v \Delta T = n C_p \Delta T - n R \Delta T$$

$$C_v = C_p - R$$

$$\boxed{C_p = C_v + R}$$

$$pV = nRT$$



ciśnienie jest stałe
dzięki swobodnemu ruchowi
tłoka

C_p - ciepło właściwe przy
stałym ciśnieniu

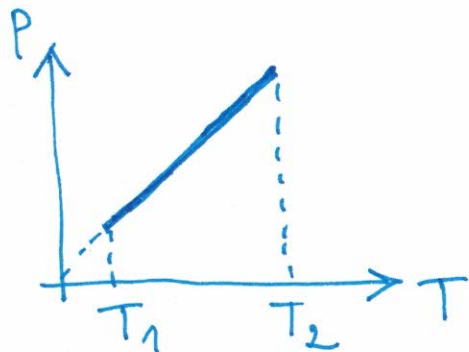
$$\Delta E_w = n C_v \Delta T$$

gaz doskonały
dowolny proces

Przemiana izochoryczna

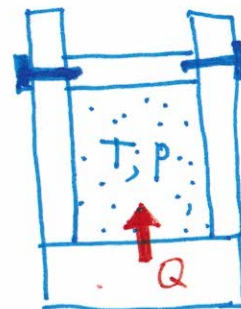
$$V = \text{const}$$

2.



$$\frac{P}{T} = \text{const}$$

Równanie izochory



Objętość jest stała
- tłok zaфиксовany

Cisnienie rośnie liniowo z temperaturą

(J. Charles)

Praca jest równa zero ponieważ $V = \text{const}$

Dostarczone ciepło $\Delta Q = n C_V \Delta T$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E_w = n C_V \Delta T}$$

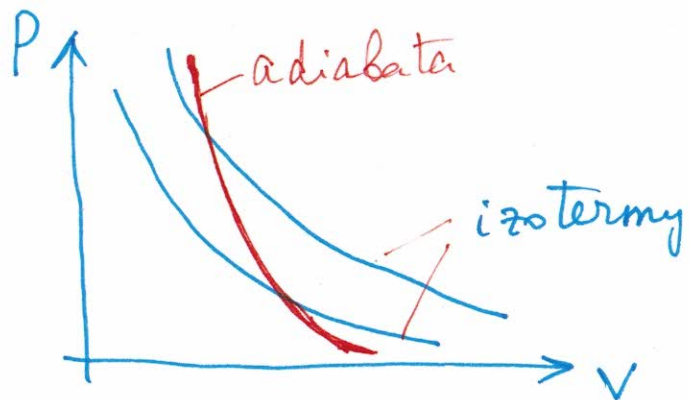
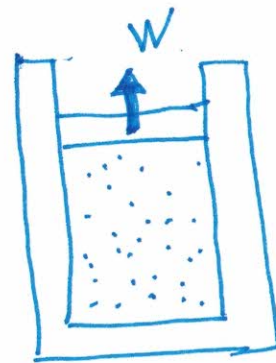
Zmiana energii wewnętrznej gazu doskonałego zamkniętego w zbiorniku zależy tylko od zmiany temperatury gazu, nie zależy natomiast od typu procesu, w wyniku którego nastąpiła zmiana temperatury

Przemiana adiabatyczna

$$\Delta Q = 0$$

3.

Proces, w którym nie zachodzi wymiana ciepła - proces adiabatyczny



Równanie adiabaty:

$$pV^\gamma = \text{const}$$

$$\gamma > 1$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

Przejścia między różnymi izotermami może dokonać przez przemianę adiabatyczną.

Rozprężanie adiabatyczne gazu powoduje jego ochłodzenie

Sprężanie adiabatyczne powoduje jego ogrzanie

Wyprowadzenie równania adiabaty

$$1) \Delta E_w = \Delta Q - \Delta W$$

$$\Delta Q = 0, \Delta W = p dV$$

$$\underline{\underline{\Delta E_w = -p dV}}$$

$$2) \Delta E_w = n C_v \Delta T$$

- gaz doskonały, dowlany proces

4.

$$-pdV = n C_v dT$$

$$\underline{n dT = -\frac{p}{C_v} dV}$$

$$3) pV = nRT$$

$$pdV + Vdp = nRdT$$

$$\underline{n dT = \frac{pdV + Vdp}{R}}$$

$$4) n dT = \frac{pdV + Vdp}{C_p - C_v}$$

$$R = C_p - C_v$$

$$-\frac{p}{C_v} dV = \frac{pdV + Vdp}{C_p - C_v}$$

$$-p \frac{C_p - C_v}{C_v} dV = pdV + Vdp$$

$$p \left(1 - \frac{C_p}{C_v}\right) dV = pdV + Vdp$$

$$Vdp + \frac{C_p}{C_v} p dV = 0$$

$$\frac{dp}{p} = - \frac{C_p}{C_v} \frac{dV}{V}$$

$$\int \frac{dp}{p} = - \gamma \int \frac{dV}{V}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

$$\ln p = - \gamma \ln V + \text{const}$$

$$\ln p + \gamma \ln V = \text{const}$$

$$\ln(pV^\gamma) = \text{const}$$

$$\boxed{pV^\gamma = \text{const}} \quad - \text{równanie adiabaty}$$

Cisnienie, temperatura i prędkość średnia kwadratowa

6.

Zmiana pędu cząsteczki przy odbiciu od ścianki.

$$\Delta p_y = -mv_y - mv_y = -2mv_y \quad \text{-- odbicie sprężyste}$$

Siła, związana ze zmianą pędu cząstek

$$F_y = \sum_i \frac{\Delta p_{yi}}{\Delta t} = \sum_i \frac{2m v_{yi}}{2L/v_{yi}} = \sum_i \frac{m v_{yi}^2}{L}$$

$$F_y = n N_A \frac{m (v_y^2)_{\text{śr}}}{L}$$

Cisnienie:

$$p = \frac{F_y}{L^2} = n N_A \frac{m (v_y^2)_{\text{śr}}}{V} = \frac{n M (v_y^2)_{\text{śr}}}{V}$$

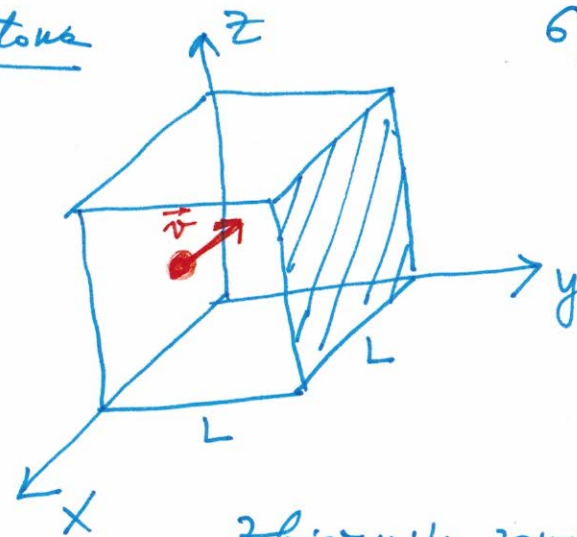
$$(v_x^2)_{\text{śr}} = (v_y^2)_{\text{śr}} = (v_z^2)_{\text{śr}} \Rightarrow (v_y^2)_{\text{śr}} = \frac{1}{3} v_{\text{śr}}^2$$

$$p = \frac{n M v_{\text{śr}}^2}{3V}$$

$$RT = \frac{M v_{\text{śr}}^2}{3}$$

$$v_{\text{śr}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$pV = nRT$$



$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Zbiornik zawiera n moli gazu

$M = m N_A$ -- molowa masa gazu

$$v_{\text{śr}}^2 = (v_x^2)_{\text{śr}} + (v_y^2)_{\text{śr}} + (v_z^2)_{\text{śr}}$$

Energia kinetyczna ruchu postępowego

$$E_{k\bar{v}} = \frac{m v_{\bar{v}}^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot \frac{3RT}{M} = \frac{3RT}{2N_A} = \frac{3}{2} kT$$

$$M = m N_A$$

$$k = \frac{R}{N_A}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_{k\bar{v}} = \frac{3}{2} kT}$$

W danej temperaturze T wszystkie cząsteczki gazu doskonałego mają taką samą energię kinetyczną ruchu postępowego, równą $\frac{3}{2} kT$.

Średnia droga swobodna

Liczba zderzeń cząsteczki w czasie Δt :

$$\pi d^2 v \Delta t \cdot \frac{N}{V}$$

Droga cząsteczki w czasie Δt : $v \Delta t$

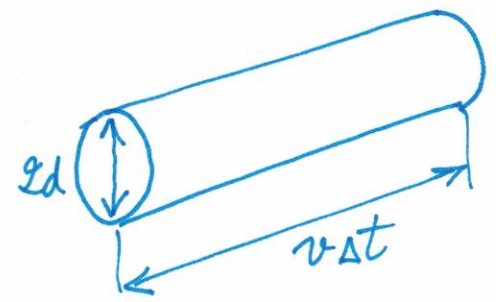
Średnia droga swobodna:

$$\lambda \approx \frac{v \Delta t}{\pi d^2 v \Delta t \frac{N}{V}} = \frac{1}{\pi d^2 \frac{N}{V}}$$

- w przybliżeniu

$$\boxed{\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 \frac{N}{V}}}$$

d - średnica cząstki:



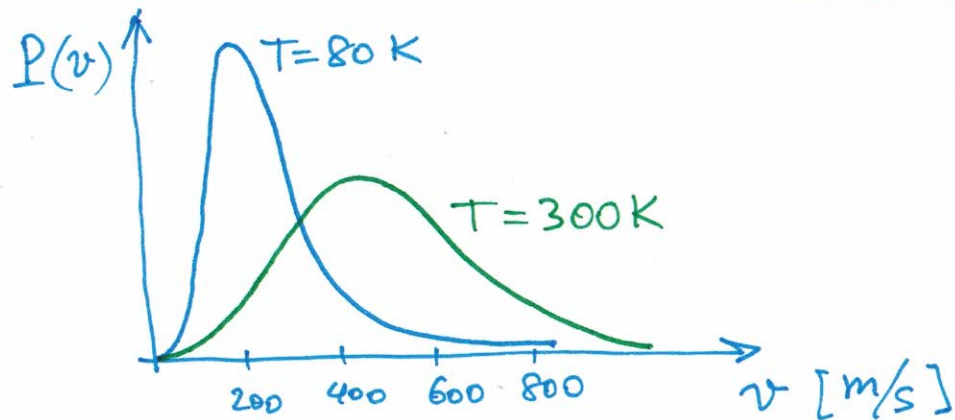
W czasie Δt poruszająca się cząsteczka "przemiat" walec o objętość: $\pi d^2 v \Delta t$

Rozkład prędkości: cząsteczek

Rozkład prawdopodobieństwa dla dowolnej prędkości: opisuje funkcja

$$P(v) = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{Mv^2}{2RT}}$$

- rozkład Maxwella



Unormowanie: $\int_0^{\infty} P(v) dv = 1$

Prędkość średnia

$$v_{sr} = \int_0^{\infty} v P(v) dv \Rightarrow v_{sr} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

$$(v^2)_{sr} = \int_0^{\infty} v^2 P(v) dv \Rightarrow \underline{v_{sr}^2 = \frac{3RT}{M}}$$

Energia wewnętrzna:

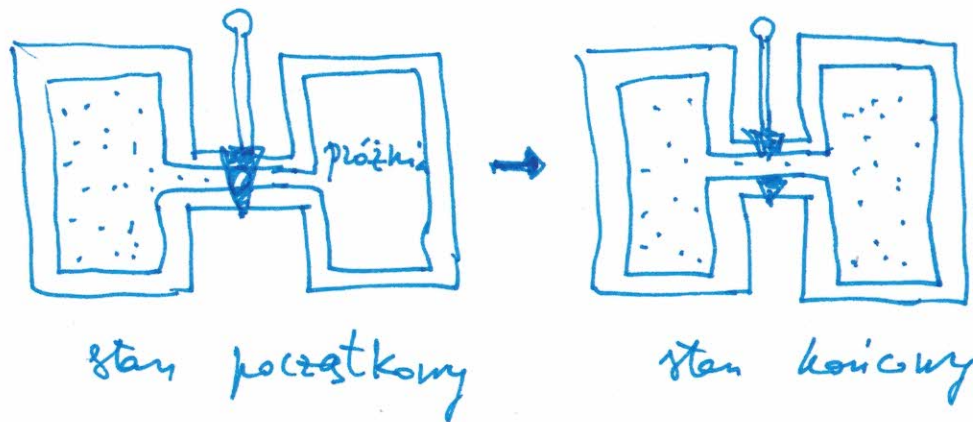
$$E_w = n N_A E_{v, sr} = \frac{3}{2} nRT$$

$$E_w = \frac{3}{2} nRT$$

$$C_v = \frac{3R}{2}$$

gaz jednoatomowy

Entropia i druga zasada termodynamiki:



rozprężenie swobodne gazu
(przemiana nieodwracalna)

Kierunek procesów nieodwracalnych jest związany z zmianą entropii ΔS układu.

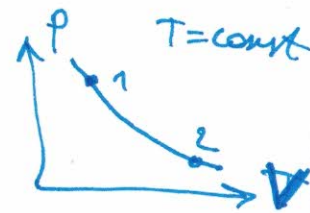
Przemiana nieodwracalna w układzie zamkniętym powoduje zawsze wzrost entropii S układu - nigdy jej spadek.

Zmiana entropii w przemianie odwracalnej

$$\Delta S = S_{\text{końc}} - S_{\text{pocz}} = \int_{\text{pocz}}^{\text{końc}} \frac{dQ}{T}$$

- definicja zmiany entropii

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$



Zmiana entropii w przemianie nieodwracalnej

$$\Delta S = S_{\text{końc}} - S_{\text{pocz}} = \frac{\Delta Q}{T_{\text{śr}}}$$

- jeżeli przemiana temperatury jest mała



Druge zasady termodynamiki:

Dla układu gaz-zbiornik w przemianie odwracalnej ($T = \text{const}$)

$$\Delta S_{\text{gaz}} = -\frac{|Q|}{T} \quad - \text{gaz oddaje ciepło do zbiornika}$$

$$\Delta S_{\text{zbiorn}} = \frac{|Q|}{T} \quad - \text{zbiornik pobiera ciepło}$$

$$\Rightarrow \Delta S = \Delta S_{\text{gaz}} + \Delta S_{\text{zbiorn}} = 0$$

⇒
druge
zasady
termodyna-
miki

{ Entropia układu zamkniętego wzrasta w przemianach nieodwracalnych
i nie zmienia się w przemianach odwracalnych.
Entropia nigdy nie maleje, $\boxed{\Delta S \geq 0}$

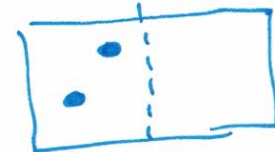
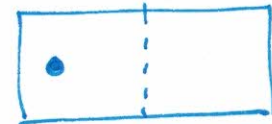
Prawdopodobieństwo rozkładu cząstek

Prawdopodobieństwo P znalezienia cząstek w jednej połowie pudła:

1 cząstka: $P = \frac{1}{2}$

2 cząstki: $P = \frac{1}{2^2}$

n cząstek: $P = \frac{1}{2^n}$



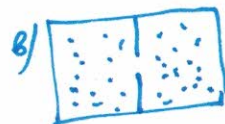
100 cząstek: $P = \frac{1}{2^{100}}$! (Wiek Wszechświata 2^{40} s)

Typowy układ makroskopowy zawiera $n \sim N_A \sim 10^{24}$ cząstek

⇒ Szansa przypadkowego znalezienia takiej liczby cząstek w połowie pudła jest niewyobrażalnie mała



nie wiadomo, która sytuacja jest wcześniejsza



Sytuacja (a) jest wcześniejsza niż (b)

Wniosek: Wyjątkowość warunków początkowych układu dla dużej liczby cząstek wyznacza strzałkę czasu.

Liczba mikrostanów

liczby n_1 i n_2 — stan układu

Konfiguracja	n_1	n_2	Liczba mikrostanów Γ
I	6	0	$6! / (6! \cdot 0!) = 1$
II	5	1	$6! / (5! \cdot 1!) = 6$
III	4	2	$6! / (4! \cdot 2!) = 15$
IV	3	3	$6! / (3! \cdot 3!) = 20$



Konfiguracja sześciu cząstek w pudle

Wielokrotność konfiguracji

$$\Gamma = \frac{N!}{n_1! \cdot n_2!}$$

Podstawowe założenie fizyki statystycznej:

Wszystkie mikrostany są tak samo prawdopodobne

⇒ Najbardziej prawdopodobną konfiguracją układu jest konfiguracja o największej liczbie mikrostanów

Wzór Boltzmann na entropię (1877 r.)

13.

$$S = k \ln \Gamma$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad \text{- stała Boltzmann}$$

Przy obliczeniach dla bardzo dużych wartości N korzystamy się z przybliżenia

$$\ln N! \approx N \ln N - N \quad \text{- wzór Stirlinga}$$