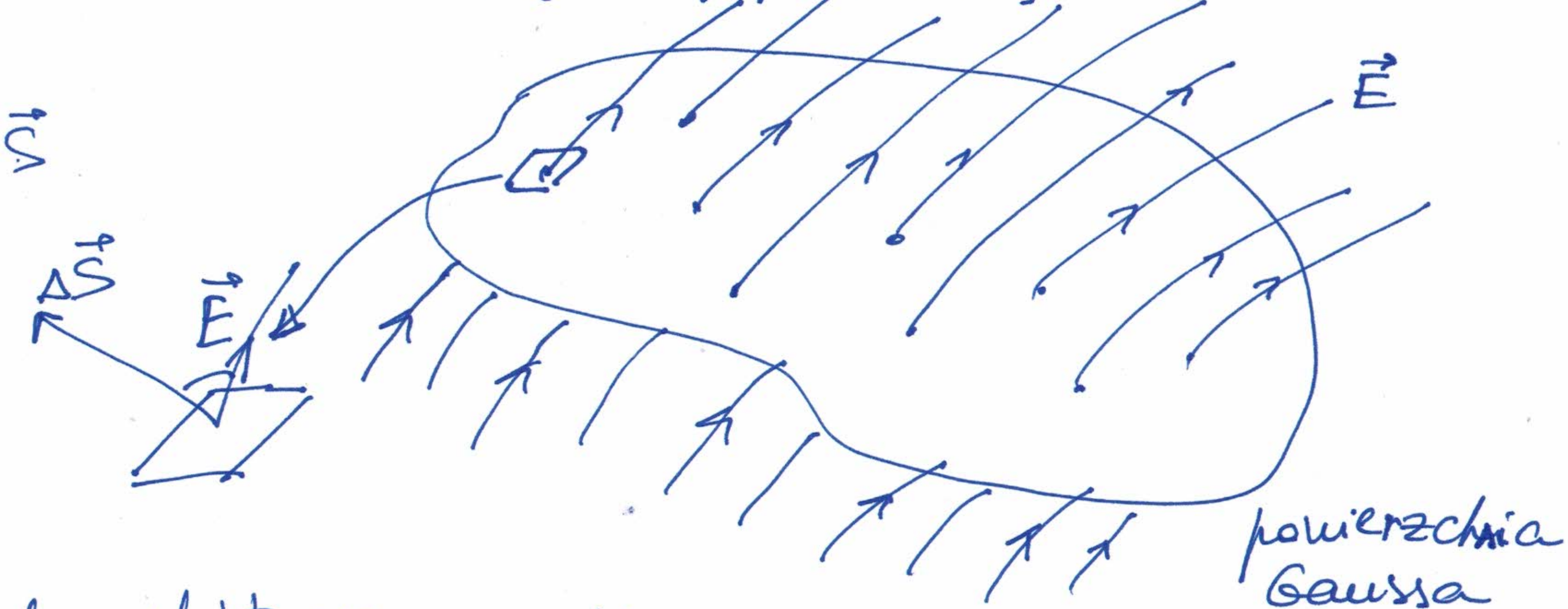
Prawo Gaussa

Prawo Gaussa określa związek między natężeniem pola elektrycznego w punktach na (zamkniętej) powierzchni Gaussa i całkowitym ładunkiem objętym tą powierzchnią

$$\Phi = \sum \vec{E} \cdot \Delta\vec{S}$$



Strumień pola elektrycznego przez powierzchnię Gaussa:

$$\boxed{\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S}}$$

Strumień elektryczny Φ przenikający przez powierzchnię Gaussa jest proporcjonalny do całkowitej liczby linii pola elektrycznego, przechodzących przez tę powierzchnię.

Prawo Gaussa

$$\varepsilon_0 \Phi = q_{wewn}$$

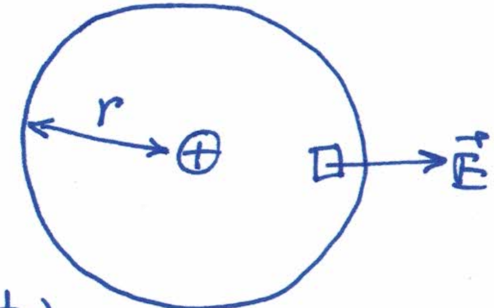
$$\boxed{\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q_{wewn}}$$

q_{wewn} – ładunek zawarty wewnątrz zamkniętej powierzchni

Prawo Gaussa a prawo Coulomba

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 E \oint dS = \varepsilon_0 E \cdot 4\pi r^2 = q$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

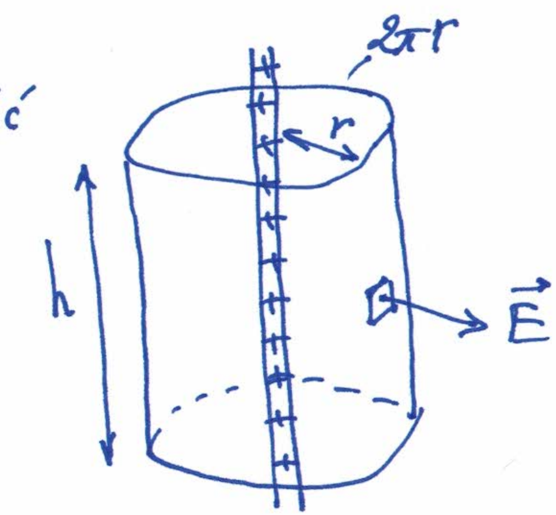


Pole elektryczne naładowanego przewodnika (pręta)

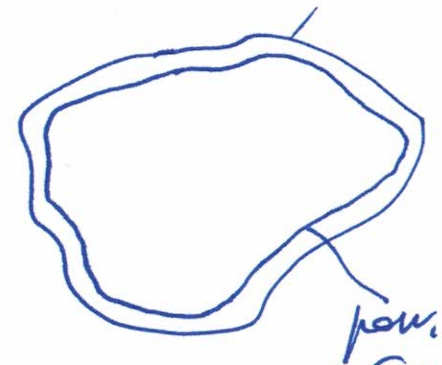
$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 E \cdot 2\pi r h = \lambda h$$

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$

λ – liniowa gęstość ładunku



Izolowany przewodnik naładowany

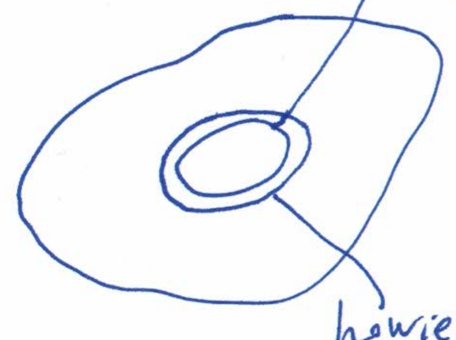


Kawałek miedzi o ładunku q

Jeśli nadwymiarowy ładunek zostaje umieszczony na izolowanym przewodniku, to ten ładunek przesuwa się całkowicie na powierzchnię przewodnika.

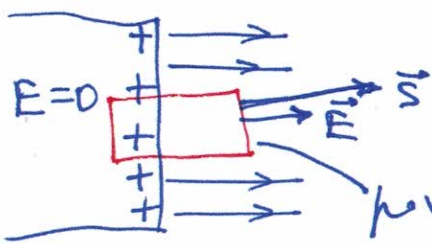
We wnętrzu przewodnika nie ma żadnego nadwymiarowego ładunku.

Izolowany przewodnik z wnęką



Na ścianach wnęki nie ma wypadkowego ładunku – cały nadwymiarowy ładunek pozostaje na zewnętrznej powierzchni przewodnika.

Zewnętrzne pole elektryczne



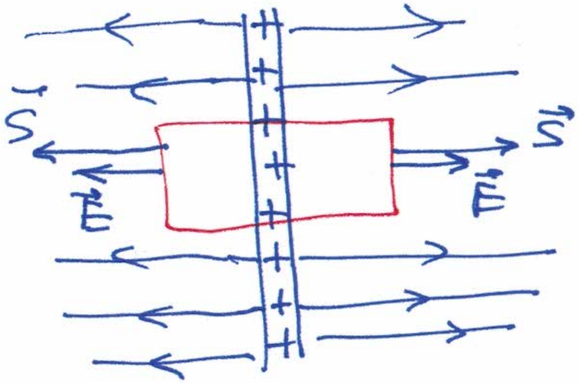
Prawo Gaussa: $\varepsilon_0 E S = \sigma S$

σ – ładunek na jednostkę powierzchni

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

pole nad powierzchnią przewodnika

Naładowana płyta nieprzewodząca



Prawo Gaussa:

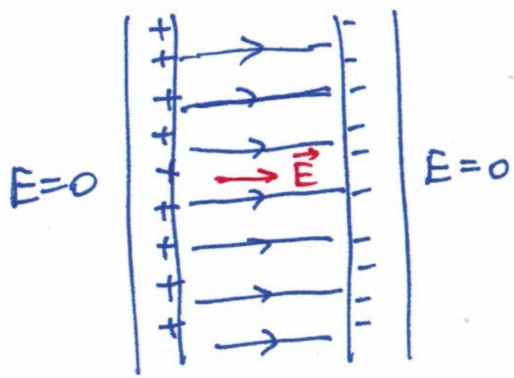
$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q_{wewn}$$

$$\varepsilon_0 (ES + ES) = \sigma S$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

σ – ładunek na jednostkę powierzchni płyty (gęstość ładunku)

Dwie przewodzące płyty



nadwymiarowy ładunek dodatni

nadwymiarowy ładunek ujemny

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

σ – gęstość powierzchniowa ładunku na każdej wewnętrznej powierzchni

Potencjał elektryczny

Elektryczna energia potencjalna: $\Delta E_p = E_{p\,końc} - E_{p\,pocz} = -W$

Wykonana praca przez siły elektrostatyczne nie zależy od toru cząstek.

Potencjał elektryczny

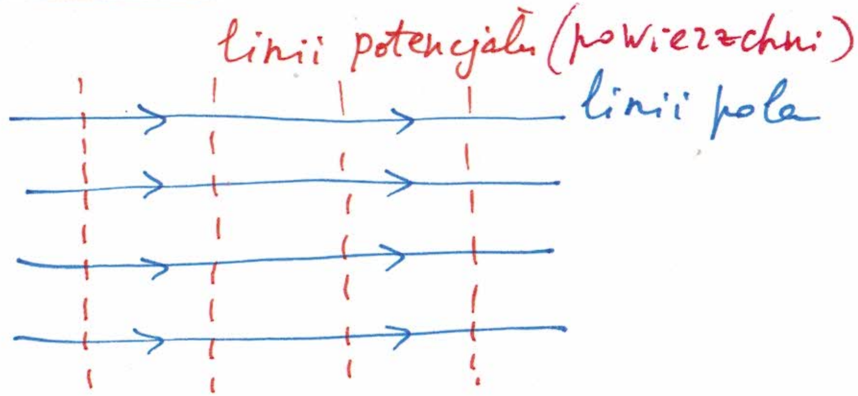
Energia potencjalna na jednostkowy ładunek E_p/q nie zależy od q i jest cechą charakterystyczną pola elektrycznego

Potencjał: $\boxed{V = \frac{E_p}{q}}$

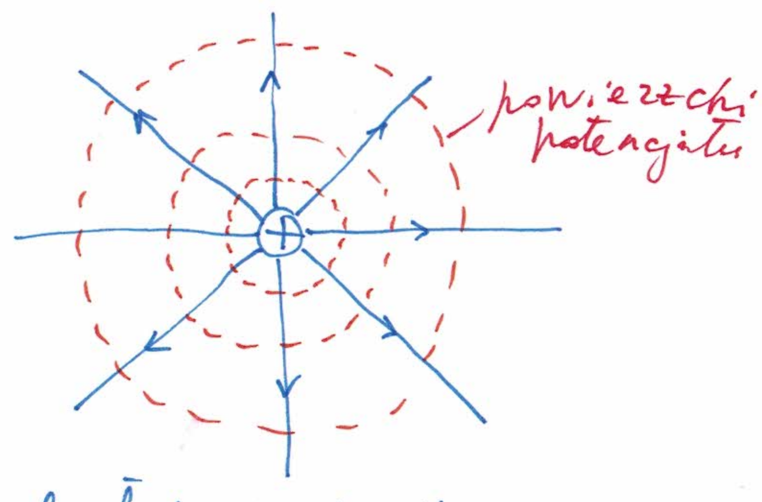
Różnica potencjałów $\boxed{\Delta V = V_{końc} - V_{pocz} = \frac{\Delta E_p}{q} = -\frac{W}{q}}$

potencjał jest skalarem

Powierzchnie ekwipotencjalne



jednorodne pole

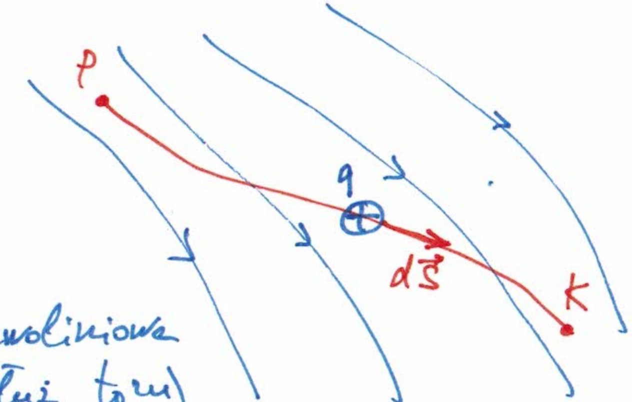


pole ładunku punktowego

Związek potencjału i natężenia pola

Wykonana praca $dW = \vec{F}\cdot d\vec{s} = q\vec{E}\cdot d\vec{s}$

$$W = q\int_{pocz}^{końc} \vec{E}\cdot d\vec{s}$$



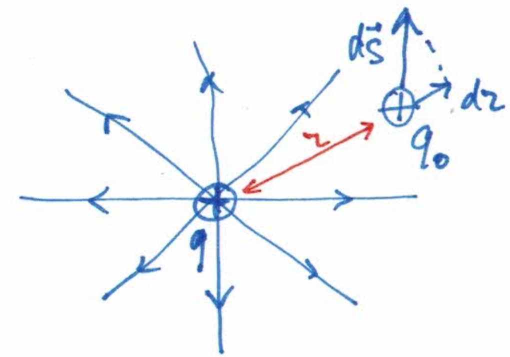
$$\Rightarrow \boxed{V_{końc} - V_{pocz} = -\int_{pocz}^{końc} \vec{E}\cdot d\vec{s}}$$

– całka krzywoliniowa (całka wzdłuż toru)

Potencjał pola ładunku punktowego

$$\vec{E}\cdot d\vec{s} = E\,dr$$

$$V_{końc} - V_{pocz} = -\int_{R}^{\infty} E\,dr$$



Pole elektryczne ładunku q

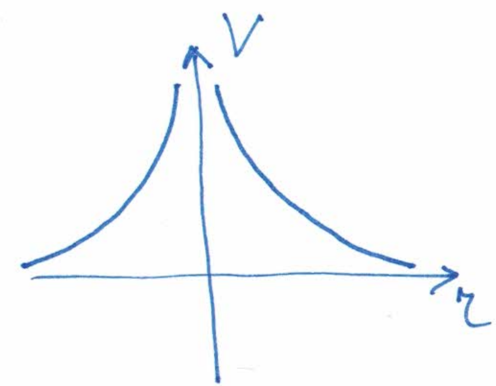
$V_{końc} = 0$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

$$0 - V = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R}^{\infty}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\Big|_{R}^{\infty} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

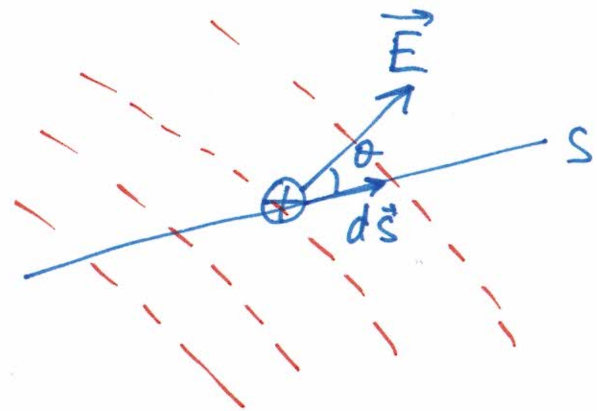
$$\boxed{V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

$$E = -\frac{dV}{dr}$$



Obliczenie natężenia pola

$$dV = -E\cos\theta \, ds$$



$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$V = V(x, y, z)$$

$$\vec{E} = -\text{grad}\, V$$

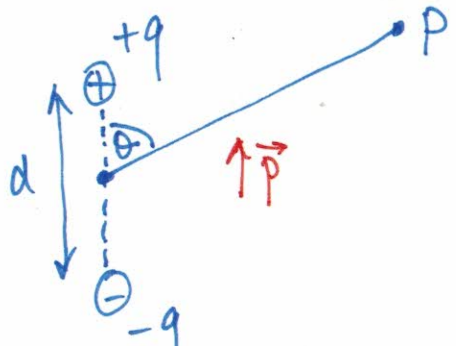
$$\text{grad} = \left(\frac{d}{dx}, \frac{d}{dy}, \frac{d}{dz}\right)$$

Potencjał pola układu ładunków punktowych

Zasada superpozycji: $V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$

n ładunków punktowych

Dipol elektryczny:



$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{d\cos\theta}{r^2} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{p\cos\theta}{r^2}}$$

$p = qd$

wartość elektrycznego momentu dipolowego

Potencjał pola układu ładunków punktowych

Dla układu n ładunków wypadkowy potencjał wynosi:

$$\boxed{V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}}$$

(n ładunków punktowych)

Suma algebraiczna (nie wektorowa)
Dlatego obliczenie potencjału jest łatwiejsze niż obliczenie pola elektrycznego $\vec{E}$.

Potencjał pola ładunku o ciągłym rozkładzie

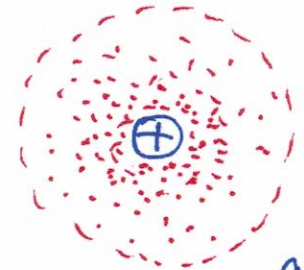
Potencjał, wytworzony przez element ładunku dq w punkcie P: $dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r}$

$$\Rightarrow \boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}}$$

– dla ładunku rozłożonego w przestrzeni

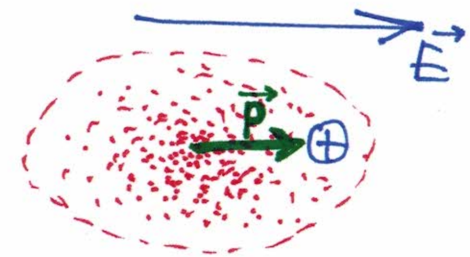
Indukowany moment dipolowy

Pole odkształca orbity elektronu i rozsuwa środki ładunku dodatniego i ujemnego.



atom

Powstaje moment dipolowy $\vec{p}$, skierowany w kierunku natężenia pola $\vec{E}$.



Taki moment dipolowy nazywamy <u>indukowanym</u> przez pole, a o atomie mówimy, że jest <u>spolaryzowany</u> przez pole.

Atom w zewnętrznym polu elektrycznym

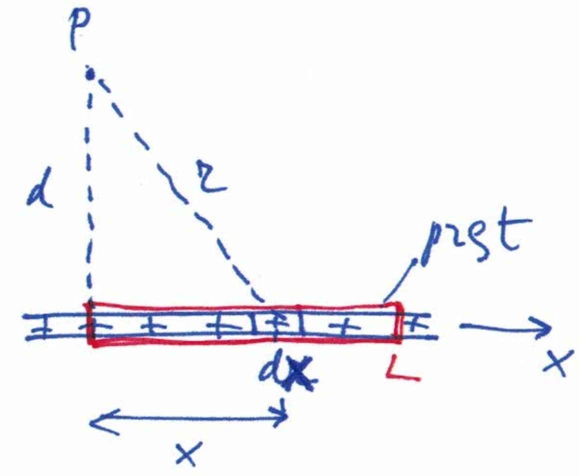
Podobne zjawisko – dla cząsteczek niepolarnych (w których nie ma trwałego elektrycznego momentu).

(Cząsteczka wody ma trwały elektryczny moment dipolowy)

$\alpha \simeq 105°$ H_2O

Naładowana linia

Potencjał wytworzony przez element dx



$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{(x^2+d^2)^{1/2}}$$

$dq = \lambda dx$

$$V = \int_0^L \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{(x^2+d^2)^{1/2}}\,dx =$$

λ – gęstość liniowa ładunku

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^L \frac{dx}{\sqrt{x^2+d^2}} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left[x+\sqrt{x^2+d^2}\right]\Big|_0^L =$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\ln\left(L+\sqrt{L^2+d^2}\right) - \ln d\right\} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{L+\sqrt{L^2+d^2}}{d}$$

$$\boxed{V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{L+\sqrt{L^2+d^2}}{d}}$$

Elektryczna energia potencjalna układu ładunków punktowych

Elektryczna energia potencjalna układu ładunków jest równa pracy, jaką musi wykonać siła zewnętrzna, aby utworzyć ten układ, przenosząc każdy ładunek z nieskończonej odległości.

$$\Delta V = -\frac{W}{q}$$

1) Przeniesienie ładunku q_1 nie potrzebuje wykonania żadnej pracy (nie ma siły)

2) Przeniesieni ładunku q_2 w punkt na odległości r od q_1 potrzebuje pracy

$W = q_2 V$, gdzie $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}$ – potencjał od q_1 w ~~punkcie~~ punkcie r

$$\Rightarrow E_p = W = q_2 V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

$$\boxed{E_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}}$$