Elektryczność i magnetyzm

Rzeszów University of Technology

27 stycznia 2023

Literatura

- D. Halliday, R. Resnik, J. Walker. Podstawy fizyki, tom 3.
- Fizyka dla szkół wyższych, tom 2. Openstax Polska.
- L.D. Landau, J.M. Lifszyc. Teoria pola.
- H.D. Young, R.A. Freedman. University Physics.
- E.M. Purcell, Elektryczność i magnetyzm (Kurs fizyki Berkeley, tom 2)

Ładunek elektryczny

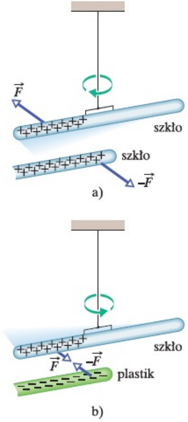
- Ładunek elektryczny - jedna z podstawowych własności cząstek elementarnych (elektrony, protony, ...)
- Istnieją ładunki dodatni i ujemne.
- Ładunek jest skwantowany: ładunek elementarny $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C (Kulomb)
- Elektron: $-e$, proton: $+e$, neutron: 0, kwarki: $\pm\frac{1}{3}\,e$, $\pm\frac{2}{3}\,e$
- Atomy są obojętne: liczba elektronów na orbitach jest taka sama jak liczba protonów w jądrze
- Prawo zachowania ładunku: **W układach izolowanych ładunek elektryczny jest zachowany**
- Anihilacja elektronu i pozytonu: $e^+ + e^- \to \gamma + \gamma$

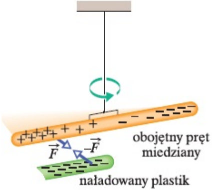
  Kreacja pary: $\gamma \to e^+ + e^-$ (proces odwrotny)
- Ciało jest naładowane jeśli ma niezrównoważony ładunek (ładunek wypadkowy)

Oddziaływanie ładunków elektrycznych

Ładunki elektryczne o takich samych znakach odpychają się, a ładunki elektryczne o przeciwnych znakach się przyciągają

Przykład: W tonerach kserokopiarki kulka nośnika jest pokryta cząstkami tonera w wyniku przyciągania elektrostatycznego





Szklany pręt pocieramy jedwabiem

Plastykowy pręt pocieramy futrem

<u>Przewodniki i izolatory</u>

Przewodniki - ładunki swobodnie poruszają się (metale, woda z solami, ciało ludzkie)

Istnienie elektronów swobodnych w metalach prowadzi do indukcji (rozdzielenia ładunków)

Izolatory - ładunki nie poruszają się (plastyk, szkło, guma, woda destylowana)

Półprzewodniki - materiały pośrednie między przewodnikami i izolatorami (krzem, german, arsenek galu, ...)

Nadprzewodniki - brak oporu przy przepływie w nich ładunku elektrycznego

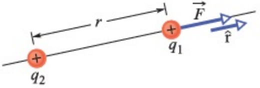
Siła elektrostatyczna między ładunkami punktowymi q_1 i q_2

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

gdzie $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \cdot 10^{19}\ Nm^2/C^2$ - stała elektrostatyczna, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2$.

Porównanie z grawitacją:

- Taka sama zależność od r
- Siła grawitacyjna - zawsze przyciągająca
- Siła grawitacyjna jest bardzo słaba, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$



Oddziaływanie naładowanych kul

Siły elektryczne działające na dany ładunek dodają się wektorowo - **zasada superpozycji**

Cząstka na zewnątrz powłoki: Jednorodne naładowana powłoka kulista przyciąga lub odpycha naładowaną cząstkę tak, jakby cały ładunek powłoki był skupiony w środku

Cząstka wewnątrz powłoki: Wypadkowa siła działająca na naładowaną cząstkę, znajdującą się wewnątrz naładowanej jednorodnie powłoki, jest równa zeru

Ładunek cząstki jest bardzo mały, aby nie zaburzyć rozkładu ładunku na powłoce!

Działanie ładunków na odległości

- Wokół danego ładunku powstaje pole elektryczne $\vec{E}$
- Przy zmianie położenia ładunku, pole elektryczne zmienia się z prędkością światła

Pole elektryczne jest polem wektorowym: każdy punkt przestrzeni ma przepisany wektor natężenia pola $\vec{E}$

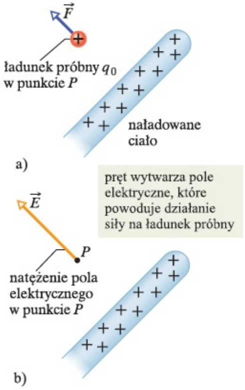
Natężenie pola elektrycznego:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

(Istnieją pola skalarne - na przykład pole temperatury)

Siła, działająca na ładunek q_0 w polu elektrycznym $\vec{E}$

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}$$



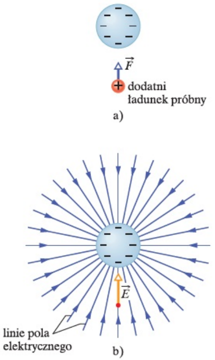
Linie pola elektrycznego

Pole elektryczne można obrazowo przedstawić używając linii sił (M. Faraday)

- Wektor $\vec{E}$ jest styczny do linii sił

- Większa gęstość linii odpowiada większej wartości pola $\vec{E}$

- Linii sił wychodzą z ładunków dodatnich, wchodzą do ujemnych



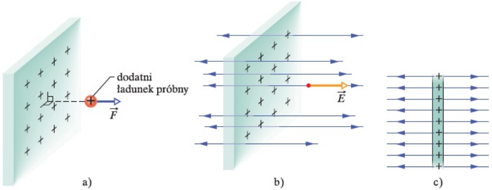
Pole elektryczne ładunku punktowego q

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{r^2}$$

Jednorodnie naładowana płyta

Pole elektryczne jednorodne

Zasada superpozycji stosuje się zarówno do natężenia pola elektrycznego, jak i sił elektrostatycznych



Natężenie pola w punkcie P na osi dipola

$$E_+ - E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_+^2} - \frac{q}{r_-^2}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{(z-d/2)^2} - \frac{q}{(z+d/2)^2}\right),$$

gdzie $r_+ = z - d/2$, $r_- = z + d/2$.

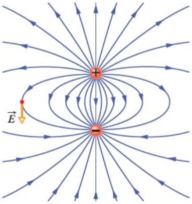
Przy $z \gg d/2$ można znaleźć przez rozwinięcie w szereg po $(d/2z) \ll 1$

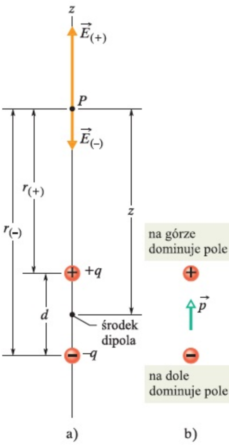
$$E \simeq \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{qd}{z^3} \quad \Rightarrow \quad E \simeq \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{p}{z^3}$$

gdzie $p = qd$. W ogólnym przypadku

$$\vec{p} = \sum_a q_a \vec{r}_a$$

Wektor $\vec{p}$ jest **momentem dipolowym elektrycznym dipola**





Pole elektryczne dipola w dowolnym punkcie przestrzeni $\vec{R}$

$$\vec{E} = \frac{3(\vec{n}\cdot\vec{p})\,\vec{n} - \vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

gdzie $\vec{n}$ - wektor jednostkowy w kierunku wektora $\vec{R}$

Przy $|x| \ll 1$

$(1+x)^n \simeq 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \ldots$

$e^x \simeq 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ..$

$\ln(1+x) \simeq x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots$

Przy $|\theta| \ll 1$ (θ w radianach)

$\sin\theta \simeq \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \ldots$

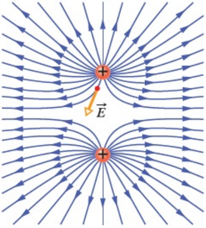
$\cos\theta \simeq 1 - \frac{theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \ldots$

$\mathrm{tg}\,\theta \simeq \theta + \frac{\theta^3}{3!} + \frac{2\theta^5}{15} + \ldots$

Przykład

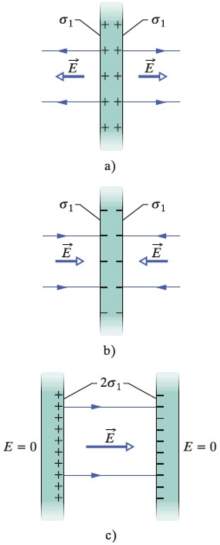
$\frac{1}{(z-d/2)^2} = \frac{1}{z^2}\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^{-2} \simeq \frac{1}{z^2}\left(1 + \frac{2d}{2z}\right) + \ldots$

Linie pola dwóch jednakowych ładunków



Odpychanie linii pola

Płyty naładowane przeciwnymi ładunkami – pole jednorodne



Naładowany pierścień

$dq = \lambda ds$ λ - linowa gęstość ładunku

$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda ds}{(z^2+R^2)}$

$dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda ds}{(z^2+R^2)}\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}$

$$\left(\cos\theta = \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)$$

$E = \int dE\cos\theta = \frac{z\lambda}{4\pi\varepsilon_0(z^2+R^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi R} ds$

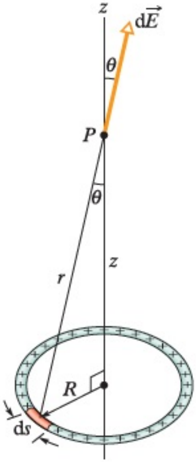
$= \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0(z^2+R^2)^{3/2}}$

$$\left(\int_0^{2\pi R} ds = 2\pi R\right)$$

$E = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0(z^2+R^2)^{3/2}}$

Przy $z \gg R$:

$$E \simeq \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}$$



Siła, która działa na ładunek w polu elektrycznym

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

– Siła elektryczna $\vec{F}$ działająca na naładowaną cząstkę, umieszczoną w zewnętrznym polu elektrycznym o natężeniu $\vec{E}$ ma kierunek $\vec{E}$ jeśli $q > 0$ i ma przeciwny kierunek jeśli $q < 0$.

Pomiar ładunku elementarnego – doświadczenie Millikana (1910-1913)

Millikan przeanalizował ruch kropelek oleju w komorze w polu elektrycznym. Ruch kropelek można było śledzić przez lunetkę.

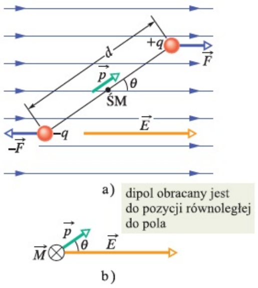
Robert Millikan odkrył, że wartości ładunku q były zawsze dane przez $q = ne$, gdzie $n = 0, \pm1, \pm2, \ldots$, $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C – stała podstawowa

W jednorodnym polu elektrycznym na dipol dział moment siły $M = Fx\sin\theta + F(d-x)\sin\theta = Fd\sin\theta = pE\sin\theta$

gdzie $p = qd$ - moment dipolowy

W postaci wektorowej

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$



Energia potencjalna dipola elektrycznego w polu elektrycznym

Dipol ma najmniejszą energią potencjalną, gdy jest zorietowany tak, że jego moment dipolowy $\vec{p}$ jest skierowany w kierunku pola - wówczas $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} = 0$

Wybieramy zero energii potencjalnej przy $\theta = 90^o$. $E_p = -W = -\int_{\pi/2}^{\theta} Md\theta =$

$$\int_{\pi/2}^{\theta} pE\sin\theta d\theta = pE\int_{\pi/2}^{\theta}\sin\theta d\theta = -pE\cos\theta\Big|_{\pi/2}^{\theta} = -pE\cos\theta = -\vec{p}\cdot\vec{E}$$

$$E_p = -\vec{p}\cdot\vec{E}$$

Przy $\theta = 0$: $E_p = -pE$, przy $\theta = \pi$: $E_p = +pE$

Prawo Gaussa określa związek między natężeniem pola elektrycznego w punktach na zamkniętej powierzchni Gaussa i całkowitym ładunkiem objętym tą powierzchnią

$$\Phi = \sum \vec{E} \cdot \Delta \vec{S}$$

Strumień pola elektrycznego przez powierzchnię Gaussa

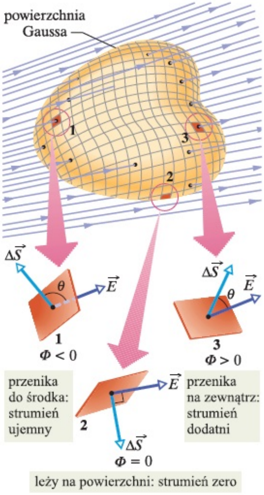
$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Strumień elektryczny Φ przenikający przez powierzchnę Gaussa jest proporcjonalny do całkowitej liczby linii pola elektrycznego, przechodzących przez tę powierzchnię

Prawo Gaussa: $\varepsilon_0 \Phi = q_{wewn}$

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q_{wewn}$$

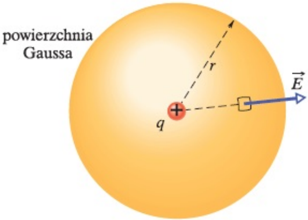
gdzie q_{wewn} - ładunek zawarty wewnątrz zamkniętej powierzchni



Prawo Gaussa

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 E \oint d\vec{S} = \varepsilon_0 E \cdot 4\pi r^2 = q$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

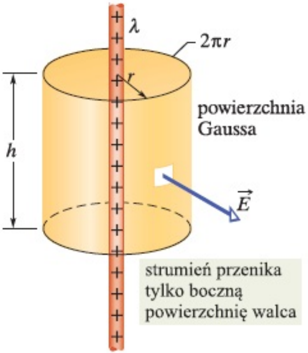


Prawo Gaussa

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 E \cdot 2\pi r h = \lambda h$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

gdzie λ - liniowa gęstość ładunku



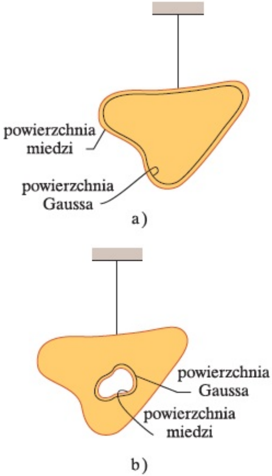
Izolowany przewodnik naładowany

Jeśli nadwymiarowy ładunek zostaje umieszczony na izolowanym przewodniku, to ten ładunek przesuwa się całkowicie na powierzchnię przewodnika.

We wnętrzu przewodnika nie ma żadnego nadwymiarowego ładunku

Izolowany przewodnik z wnęką

Na ścianach wnęki nie ma wypadkowego ładunku – cały nadwymiarowy ładunek pozostaje na zewnętrznej powierzchni przewodnika



Zewnętrzne pole elektryczne

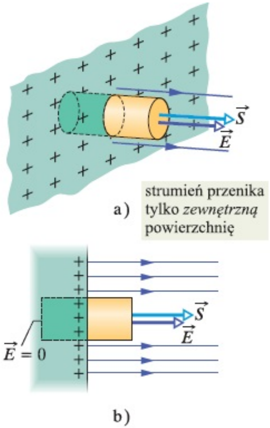
Prawo Gaussa

$$\varepsilon_0 ES = \sigma S$$

$\Rightarrow$ Pole nad powierzchnią przewodnika

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

gdzie σ - gęstość ładunku (ładunek na jednostkę pola powierzchni)

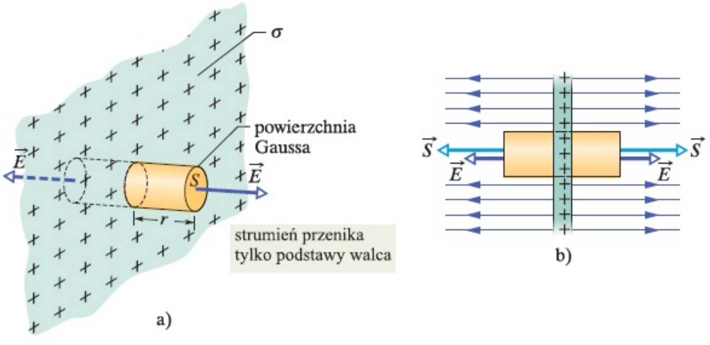


Prawo Gaussa

$$\varepsilon_0(ES + ES) = \sigma S$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

gdzie σ - ładunek na jednostkę powierzchni płyty (gęstość ładunku)

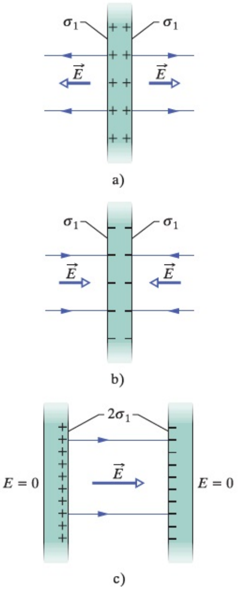


Dwie przewodzące płyty

Pole elektryczne

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

gdzie σ - gęstość powierzchniowa ładunku na każdej wewnętrznej powierzchni



Potencjał elektryczny

Elektryczna energia potencjalna $\Delta E_p = E_{p,konc} - E_{p,pocz} = -W$

Wykonana praca przez siły elektrostatyczne nie zależą od toru cząstek

Energia potencjalna na jednostkowy ładunek E_p/q nie zależy od q i jest cechą charakterystyczną pola elektrycznego

Potencjał

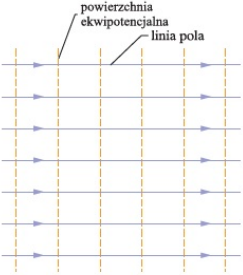
$$V = \frac{E_p}{q}$$

Różnica potencjałów

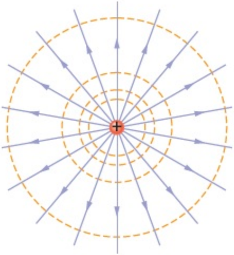
$$\Delta V = V konc - V_{pocz} = \frac{\Delta E_p}{q} = -\frac{W}{q}$$

Potencjał V jest skalarem

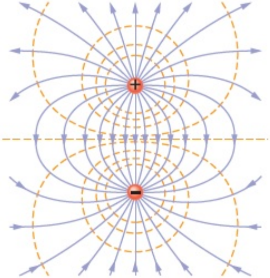
Powierzchnie ekwipotencjalne



a)



b)



c)

Związek potencjału i natężenia pola

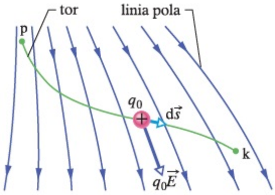
Wykonana praca

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = q\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$W = q \int_{pocz}^{konc} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Rightarrow V_{konc} - V_{pocz} = - \int_{pocz}^{konc} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

– całka krzywoliniowa (całka wzdłuż toru)



$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = E dr$$

$$V_{konc} - V_{pocz} = -\int_R^\infty E dr, \quad (V_{konc} = 0)$$

Pole ładunku q

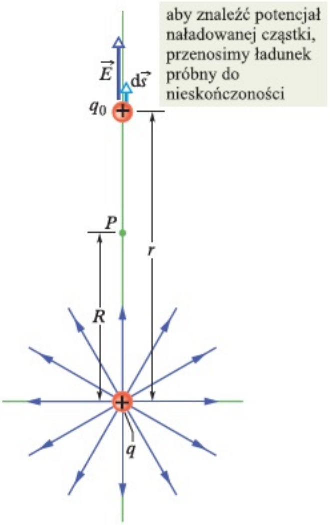
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$0 - V = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_R^\infty = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Natężenie pola

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

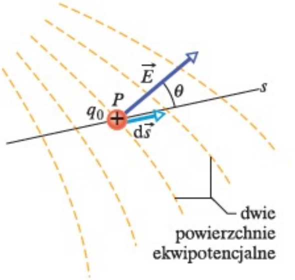


$$dV = -E\cos\theta ds$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\, V$$

gdzie $\mathrm{grad} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$



Potencjał pola układu ładunków punktowych

Zasada superpozycji dla n ładunków punktowych

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

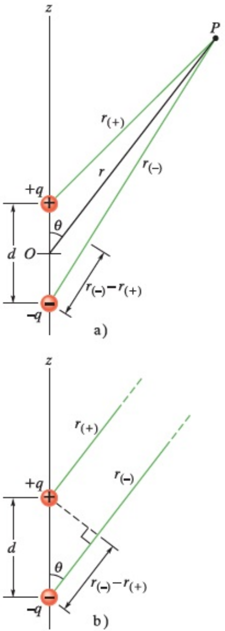
Potencjał w punkcie P przy $r \gg d$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r + d\cos\theta}\right)$$

$$\simeq \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d\cos\theta}{r^2} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2}$$

gdzie $p = qd$ - wartość elektrycznego momentu dipolowego



Potencjał pola układu ładunków

Potencjał pola układu ładunków punktowych

Dla układu n ładunków punktowych wypadkowy potencjał wynosi

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}$$

– suma algebraiczna (nie wektorowa). **Dlatego obliczenie potencjału jest łatwiejsze niż obliczenie pola elektrycznego $\vec{E}$.**

Potencjał pola ładunku o ciągłym rozkładzie

Potencjał, wytworzony przez element ładunku dq w punkcie P

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r}$$

$$\Rightarrow \quad V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

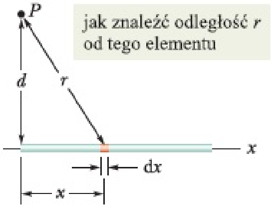
– dla ładunku rozłożonego w przestrzeni

Naładowana linia

Potencjał w punkcie P związany z elementem dx

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{\sqrt{x^2+d^2}}, \quad (dq = \lambda dx)$$

gdzie λ - gęstość liniowa ładunku



$$V = \int_0^L \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{\sqrt{x^2+d^2}} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^L \frac{dx}{\sqrt{x^2+d^2}}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln[x+\sqrt{x^2+d^2}\Big|_0^L = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}[\ln(L+\sqrt{L^2+d^2}) - \ln d] = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ \ln\frac{L+\sqrt{L^2+d^2}}{d}$$

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ \ln\frac{L+\sqrt{L^2+d^2}}{d}$$

Indukowany moment dipolowy

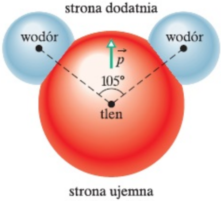
Pole odkształca orbity elektronu i rozsuwa środki ładunku dodatniego i ujemnego

Powstaje moment dipolowy $\vec{p}$, skierowany w kierunku natężenia pola $\vec{E}$

Taki moment dipolowy nazywamy **indukowanym** przez pole, a o atomie mówimy, że jest **spolaryzowany** przez pole

Podobne zjawisko - dla cząsteczek niepolarnych (w których nie ma trwałego elektrycznego momentu)

Cząsteczka wody ma trwały elektryczny moment dipolowy



Elektryczna energia potencjalna układu ładunków punktowych

Elektryczna energia potencjalna układu ładunków jest równa pracy, jaką musi wykonać siła zewnętrzna, aby utworzyć ten układ, przenosząc każdy ładunek z nieskończonej odległości

1) przemieszczenie ładunku q_1 nie potrzebuje wykonania żadnej pracy (nie ma siły, która by działała na ładunek)

2) przemieszczenie ładunku q_2 w punkt na odległości r od q_1 potrzebuje pracy

$$W = q_2 V$$

gdzie $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}$ - potencjał od q_1 w punkcie r

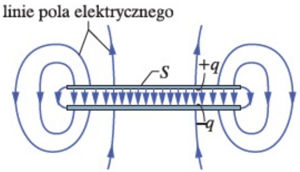
$$\Rightarrow \quad E_p = W = q_2 V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

$$E_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

Równanie kondensatora

$$q = CU$$

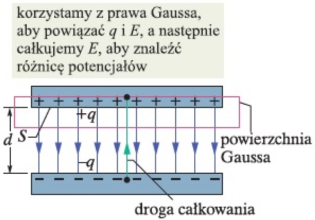
gdzie $U = \Delta V$ - napięcie, C - pojemność kondensatora
Jednostka pojemności w układzie SI – farad
$1\,farad = 1F = 1\,C/V$ (kulomb/wolt)



Natężenie pola elektrycznego w kondensatorze

Prawo Gaussa: $\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_0 ES = q$

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 S}$$



Pojemność płaskiego kondensatora

Napięcie na kondensatorze

$$U = \int_A^B E\,ds = Ed, \qquad C = \frac{U}{q} = \frac{Ed}{\varepsilon_0 ES}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

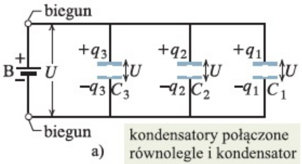
Kondensatory połączone równolegle

$$q_1 = C_1 U, \quad q_2 = C_2 U, \quad q_3 = C_3 U$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3) U$$

Dla n kondensatorów

$$C_{rw} = \sum_{i=1}^{n} C_i$$



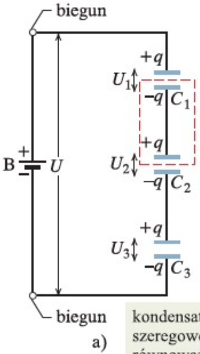
kondensatory połączone równolegle i kondensator równoważny mają jednakowe różnice potencjałów

Kondensatory połączone szeregowo

$$U_1 = \frac{q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{q}{C_2}, \quad U_3 = \frac{q}{C_3}$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

$$\frac{1}{C_{rw}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$



kondensatory połączone szeregowo i kondensator równoważny mają jednakowe ładunki

Energia zmagazynowana w polu elektrycznym

Praca przeniesienia ładunku dq' z jednej płytki kondensatora na drugą $dW = U'dq' = \frac{q'}{C}\,dq'$, gdzie U' - napięcie w chwili, kiedy przeniesiony ładunek stanowił q'

$$W = \int dW = \frac{1}{C}\int_0^q q'dq' = \frac{q^2}{2C}$$

gdzie q - całkowity ładunek przeniesiony z jednej płytki na drugą

$$E_p = \frac{q^2}{2C}, \qquad E_p = \frac{1}{2}CU^2$$

Gęstość energii pola elektrycznego

$$u = \frac{E_p}{Sd} = \frac{CU^2}{2Sd} = \frac{1}{2}\,\varepsilon_0\left(\frac{U}{d}\right)^2 = \frac{1}{2}\,\varepsilon_0 E^2$$

gdzie było wykorzystano $C = \varepsilon_0 S/d$ i $E = U/d$.

$$u = \frac{1}{2}\,\varepsilon_0 E^2$$

Pojemność kondensatora z dielektrykiem

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d} = \varepsilon_r C_{prozni}$$

gdzie ε_r - przenikalność elektryczna względna materiału izolującego (dielektryka)

W obszarze wypełnionym całkowicie materiałem dielektrycznym o względnej przenikalności ε_r wszystkie równania elektrostatyki, zawierające przenikalność elektryczną próżni ε_0 należy zmodyfikować, zastępując ε_0 przez $\varepsilon_r \varepsilon_0$

Pole elektryczne ładunku punktowego wewnątrz dielektryka

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

Przenikalność dielektryczna materiałów

Tabela 25.1. Niektóre właściwości dielektryków [a]

Materiał	Przenikalność elektryczna względna ε_r	Wytrzymałość na przebicie [kV/mm]
Powietrze (1 atm)	1,00054	3
Polistyren	2,6	24
Papier	3,5	16
Olej transformatorowy	4,5	
Pyreks	4,7	14
Mika	5,4	
Porcelana	6,5	
Krzem	12	
German	16	
Etanol	25	
Woda (20° C)	80,4	
Woda (25° C)	78,5	
Ceramika tytanowa	130	
Tytanian strontu	310	8

Dla próżni $\varepsilon_r = 1$

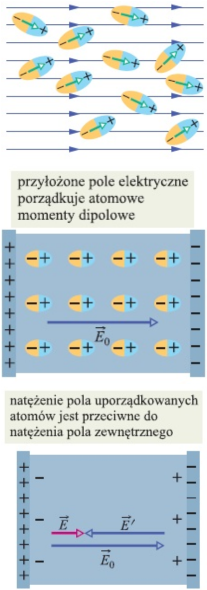
Dielektryki: obraz mikroskopowy

Dielektryki polarne: cząsteczki mają trwały momenty dipolowe (np. woda)

Uporządkowane dipole elektryczne wytwarzają pole elektryczne skierowane przeciwnie do przyłożonego pola i mniejszej wartosci

Dielektryki niepolarne: po umieszczeniu w zewnętrznym polu elektrycznym cząsteczki uzyskują indukowane momenty dipolowe

Bez pola moment dipolowy $\vec{p} = 0$



Dielektryki i prawo Gaussa

Bez dielektryka: $\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \epsilon_0 E_0 S = q \quad \Rightarrow \quad E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 S}$

Z dielektrykiem: $\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \epsilon_0 E S = q - q' \quad \Rightarrow \quad E = \frac{q-q'}{\varepsilon_0 S}$

Wprowadzimy ε_r przez wyrażenie

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{q}{\varepsilon_r \varepsilon_0 S} \quad \Rightarrow \quad q - q' = \frac{q}{\varepsilon_r}$$

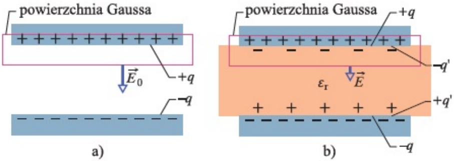
Prawo Gaussa dla dielektryka – całka strumienia zawiera $\varepsilon_r \vec{E}$, a nie $\vec{E}$

$$\varepsilon_0 \oint \varepsilon_r \vec{E} \cdot d\vec{S} = q$$

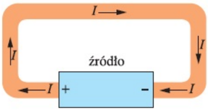
Wektor $\varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$ nazywamy **indukcją elektryczną** $\vec{D}$. Wtedy prawo Gaussa w dielektryku

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q, \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

W ogólnym przypadku ε_r może nie być stałą na całej powierzchni Gaussa



Dodanie źródła wprowadza różnicę potencjałów i wytwarza pole elektryczne w przewodniku, a pole powoduje ruch ładunków

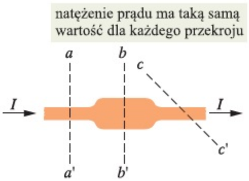


Natężenie prądu elektrycznego

Jeśli ładunek dq przechodzi przez płaszczyznę aa' w czasie dt, to natężenie prądu I przez płaszczyznę jest

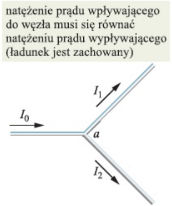
$$I = \frac{dq}{dt}$$

Jednostka: $A = C/s$ (amper = kulomb/sekunda)



Ładunek jest zawsze zachowany. Dlatego

$$I_0 = I_1 + I_2$$



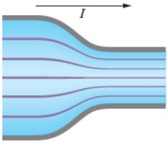
Strzałka prądu jest w kierunku, w którym poruszałyby się dodatnio naładowane nośniki

Gęstość prądu jest równa natężeniu prądu, przypadającego na jednostkę pola powierzchni przekroju

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

Jeśli $\vec{J}$ jest prostopadłe do powierzchni i prąd jest stały, to

$$I = JS, \quad J = \frac{I}{S}$$



Prędkość unoszenia

Oznaczymy prędkość unoszenia (dryfu) elektronów w polu elektrycznym v_d (w kierunku przeciwnym do pola $\vec{E}$)

W półprzewodnikach i metalach $v_d \sim 10^{-5}\ m/s$. Przy tym $v \sim 10^6\ m/s$

Liczba nośników w przewodniku o długości $L : nSL$, gdzie n - gęstość nośników (liczba nośników na jednostkę objętości)

Całkowity ładunek w przewodniku o długości $L : q = enSL$.

Cały ten ładunek przepływa przez dowolny przekrój za czas $t = L/v_d$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{q}{t} = \frac{enSL}{L/v_d} = enSv_d$$

$$v_d = \frac{I}{enS} = \frac{J}{en}$$

W postaci wektorowej:

$$\vec{J} = en\vec{v}_d$$

gdzie en - gęstość ładunku nośników

Opór elektryczny

Opór jest określony wzorem - definicja oporu:

$$R = \frac{U}{I}$$

Jednostka oporu: $\Omega = V/A$ (om = wolt/amper)

Opór elektryczny właściwy

$$\rho = \frac{E}{J}$$

Jednostka: $[\rho] = \frac{V/m}{A/m^2} = \Omega \cdot m$

Przewodność elektryczna

$$G = \frac{1}{R}$$

Jednostka przewodności : $[G] = \frac{1}{\Omega} = S$ (Simens)

Przewodność elektryczna właściwa (konduktancja)

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad \Rightarrow \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

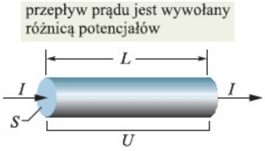
Jednostka przewodności właściwej: $[\sigma] = \frac{S}{m}$

Opór przewodnika

$$R = \frac{U}{I} = \frac{EL}{JS} = \rho\,\frac{L}{S}$$

gdzie korzystaliśmy ze wzorów $U = EL$, $I = JS$, $\rho = E/J$

$$R = \rho\,\frac{L}{S}$$

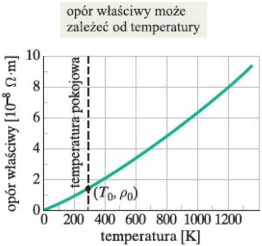


Zależność oporu od temperatury

Wzór empiryczny zależności oporu właściwego od temperatury

$$\rho = \rho_0 + \rho_0 \alpha (T - T_0)$$

gdzie ρ_0 - opór właściwy przy $T = T_0$, α - współczynnik temperaturowy oporu właściwego



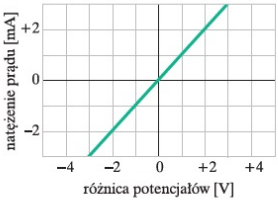
Materiał	Opór elektryczny właściwy ρ $[\Omega \cdot \mathrm{m}]$	Współczynnik temperaturowy oporu właściwego α $[\mathrm{K}^{-1}]$
	Typowe metale	
Srebro	$1{,}62 \cdot 10^{-8}$	$4{,}1 \cdot 10^{-3}$
Miedź	$1{,}69 \cdot 10^{-8}$	$4{,}3 \cdot 10^{-3}$
Złoto	$2{,}35 \cdot 10^{-8}$	$4{,}0 \cdot 10^{-3}$
Glin	$2{,}75 \cdot 10^{-8}$	$4{,}4 \cdot 10^{-3}$
Manganin[a]	$4{,}82 \cdot 10^{-8}$	$0{,}002 \cdot 10^{-3}$
Wolfram	$5{,}25 \cdot 10^{-8}$	$4{,}5 \cdot 10^{-3}$
Żelazo	$9{,}68 \cdot 10^{-8}$	$6{,}5 \cdot 10^{-3}$
Platyna	$10{,}6 \cdot 10^{-8}$	$3{,}9 \cdot 10^{-3}$
	Typowe półprzewodniki	
Czysty krzem	$2{,}5 \cdot 10^{3}$	$-70 \cdot 10^{-3}$
Krzem typu n[b]	$8{,}7 \cdot 10^{-4}$	
Krzem typu p[c]	$2{,}8 \cdot 10^{-3}$	
	Typowe izolatory	
Szkło	10^{10}–10^{14}	
Stopiony kwarc	$\sim 10^{16}$	

Prawo Ohma:

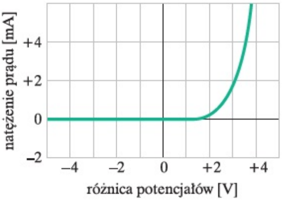
Natężenie prądu, płynącego przez przewodnik jest zawsze wprost proporcjonalne do różnicy potencjałów, przyłożonej do przewodnika

Element obwodu spełnia prawo Ohma, gdy jego opór ne zależy od wartosci i polaryzacji przyłożonej różnicy potencjałów

Materiał przewodzący spełnia prawo Ohma, gdy opór właściwy materiału nie zależy od wartosci i kierunku przyłożonego pola elektrycznego



b)



c)

Elektron w polu $\vec{E}$ doznaje przyspieszenia

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$$

Czas średni między zderzeniami: τ

W czasie τ elektron uzyska prędkość unoszenia v_d

$$v_d = a\tau = \frac{eE\tau}{m}$$

Gęstość prądu elektrycznego

$$J = env_d = \frac{e^2 nE\tau}{m} = \frac{e^2 n\tau}{m}\, E$$

$$\Rightarrow \quad \sigma = \frac{e^2 n\tau}{m}$$