Drgania i fale

Rzeszów University of Technology

1 lutego 2023

Literatura

- D. Halliday, R. Resnik, J. Walker. Podstawy fizyki, tom 2.
- Fizyka dla szkół wyższych, tom 1. Openstax Polska.

Drgania

Ruch harmoniczny

Równanie ruchu harmonicznego: $x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$, gdzie x_m - amplituda drgań, $(\omega t + \phi)$ - faza, ϕ - faza początkowa, ω - częstość kołowa

Okres drgań T jest określony równaniem

$$x(t) = x(t+T) \quad \Rightarrow \quad \omega T = 2\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

gdzie ν - częstość drgań

Prędkość w ruchu harmonicznym

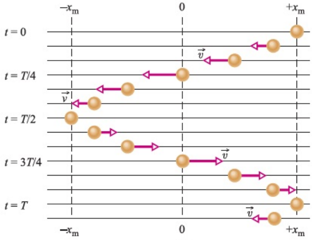
$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi)$$

Przyspieszenie

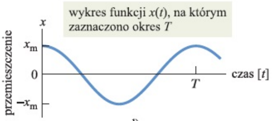
$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t)$$

- w ruchu harmonicznym przyspieszenie jest proporcjonalne do przemieszczenia, ale ma przeciwny znak

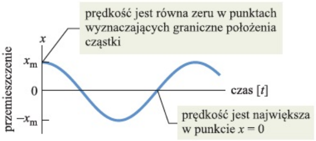
Siła w ruchu harmonicznym: $F = ma = -m\omega^2 x$



b)



d)



e)

Klocek na sprężynie

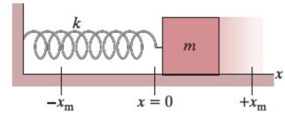
Siła działająca na klocek

$$F = -kx \quad \text{- prawo Hooke'a,}$$

gdzie k - stała sprężystości sprężyny, x - przemieszczenie klocka

$\Rightarrow \quad k = m\omega^2$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$



Energia potencjalna

$$E_p(t) = \frac{kx^2}{2} = \frac{kx_m^2}{2}\cos^2(\omega t + \phi)$$

Energia kinetyczna

$$E_k(t) = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 x_m^2}{2}\sin^2(\omega t + \phi) = \frac{kx_m^2}{2}\sin^2(\omega t + \phi)$$

Całkowita energia mechaniczna

$$E = E_p + E_k = \frac{kx_m^2}{2} = const$$

Wahadło

Wahadło matematyczne

Równanie ruchu: $M = I\alpha$

$$M = -Lmg\sin\theta \simeq -Lmg\theta$$

przy $\theta \ll 1$

tzn. moment siły jest proporcjonalny do przemieszczenia kątowego i ma przeciwny znak

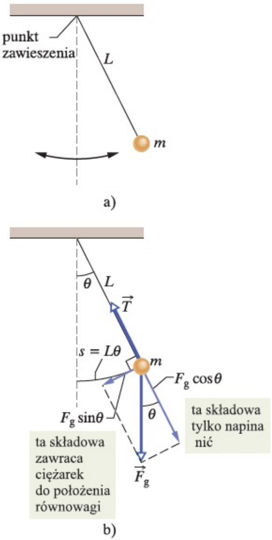
$\Rightarrow$ drganie wahadła matematycznego - ruch harmoniczny,

$$\omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}} = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

ponieważ moment bezwładności $I = mL^2$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

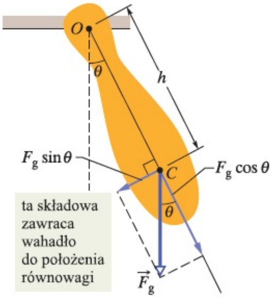
- okres drgań nie zależy od masy ciała, a zależy tylko od długosci wahadła



Wahadło fizyczne

$$\omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}}$$



Fale

Rodzaje fal:

- fale mechaniczne
- fale elektromagnetyczne
- fale materii

W fali poprzecznej przemieszczenie jest poprzeczne do kierunku ruchu fali

W fali podłużnej przemieszczenie - wzdłuż kierunku ruchu fali (dźwięk)

Równanie fali: $y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$,

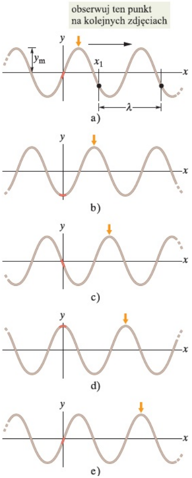
gdzie y_m - amplituda fali, $(kx - \omega t)$ - faza, k -liczba falowa

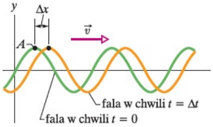
Długość fali λ jest związana z liczbą falową k: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ tak samo jak okres T jest związany z prędkością kątową: $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

<ins>Prędkość fali biegnącej</ins>

Stałość fazy: $kx - \omega t = const \quad k\frac{dx}{dt} - \omega = 0$

$$\Rightarrow \quad v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$





Zasada superpozycji:

Nakładające się fale dodają się algebraicznie, tworząc falę wypadkową

$$y_c(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

Nakładające się fale w żaden sposób mie wpływają na siebie wzajemnie

Interferencja fal

$$y_1(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$$

Korzystając z równania $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ znajdziemy falę wypadkową

$$y_c(x,t) = y_m(\sin(kx-\omega t) + \sin(kx - \omega t + \phi) = 2y_m \cos\frac{\phi}{2}\sin(kx - \omega t + \frac{\phi}{2})$$

Przy $\phi = 2n\pi$ $(n = 1, 2, 3, ...)$ - interferencja konstruktywna

Przy $\phi = (2n+1)\pi$ - interferencja destruktywna

Dwie fale biegnące w przeciwnych kierunkach tworzą falę stojącą

$$y_1(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

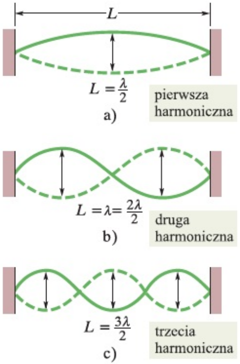
$$y_2(x,t) = y_m \sin(kx + \omega t)$$

Fala wypadkowa

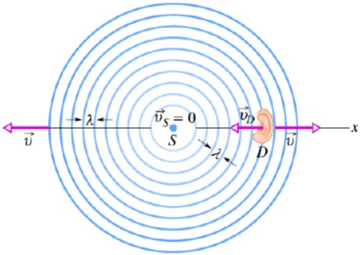
$$y_c(x,t) = 2y_m \sin(kx)\cos(\omega t)$$

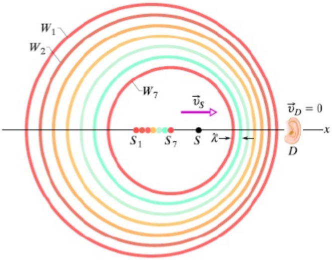
Fala stojąca o długości L może być utworzona przez fale z długością fali

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$



Jeżeli detektor lub źródło zbliżają się do siebie, ma miejsce wzrost rejestrowanej częstotliwości dźwięku ν'. Jeżeli detektor lub źródło oddalają się od siebie - zmniejszenie częstotliwości.





$$\nu' = \nu \, \frac{v}{v - v_s}$$