Zadanie 1

1. Przedstawić równanie wektorowe $d = \alpha\,(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}) + \beta\,(\mathbf{c}\cdot\mathbf{e})$ przez składowe.

2. Przedstawić równanie wektorowe $d = \mathbf{a}\cdot(\mathbf{b}\times\mathbf{c})$ przez składowe.

3. Przedstawić równanie wektorowe $\mathbf{d} = \mathbf{a}\times\mathbf{b} + \mathbf{c}\times\mathbf{e}$ przez składowe.

4. Przedstawić równanie wektorowe $\mathbf{d} = \mathbf{a}\times\mathbf{b} + \mathbf{b}\times\mathbf{c}$ przez składowe.

5. Przedstawić siłę Lorenza $\mathbf{F} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}\,(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$ przez składowe.

Zadanie 2

Prawo Ohma można przedstawić w postaci $j_i = \sigma_{ij}E_j$.

1. Tensor σ_{ij} ma tylko 3 niezerowe składowe $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_t$, $\sigma_{zz} = \sigma_l$. Trzeba znaleźć składowe prądu j_x, j_y, j_z w polu elektrycznym $\mathbf{E}$ jeśli $E_x = E_y = E/\sqrt{2}$, $E_z = 0$.

2. Tensor σ_{ij} ma tylko 3 niezerowe składowe $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_t$, $\sigma_{zz} = \sigma_l$. Trzeba znaleźć składowe prądu j_x, j_y, j_z w polu elektrycznym $\mathbf{E}$ jeśli $E_x = E_z = E/\sqrt{2}$, $E_y = 0$.

3. W przypadku 2D w polu magnetycznym składowe tensora przewodnictwa $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma$, $\sigma_{yx} = -\sigma_{xy} = \sigma_B$. Trzeba znaleźć wszystkie składowe prądu j_i w polu elektrycznym $\mathbf{E}$ wzdłuż osi x.

Zadanie 3

1. Znaleźć gradient pola skalarnego $\varphi(\mathbf{r}) = xy + yx + xz$.

2. Obliczyć składowe pola wektorowego $\mathbf{a}(\mathbf{r}) = \operatorname{rot}\operatorname{grad}(xy + yx + zx)$.

3. Znaleźć dywergencję pola wektorowego $\mathbf{a}(\mathbf{r}) = xyz\,\hat{\mathbf{i}} + (2x + 3y + z)\,\hat{\mathbf{j}} + (x^2 + z^2)\,\hat{\mathbf{k}}$.

4. Znaleźć dywergencję pola $\mathbf{c}(\mathbf{r}) = \operatorname{rot}\mathbf{a}(\mathbf{r})$.

5. Obliczyć $d = \operatorname{div}\mathbf{r}$.

Zadanie 4

1. Załóżmy, że w równaniu Eulera prędkość $\mathbf{v}$ nie zależy ani od czasu t, ani od kierunków y i z; $v_x(x) \neq 0$, $v_y(x) = v_z(x) = 0$. Prócz tego, przyjmujemy, że zależność ciśnienia od x jest opisana wzorem $p(x) = \alpha x$, gdzie $\alpha = const$ i $x > 0$. Trzeba znaleźć funkcję $v_x(x)$. Warunek brzegowy: $v_x(x = 0) = v_0$.

2. Gęstosc gazu w pewnej objętości zależy od czasu jak $\rho(t) = \rho_0 \, e^{-\alpha t}$. Z równania ciągłości znaleźć prędkość makroskopowego ruchu chąstek $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ przy założeniu, że $v_x(0) = 0$, a $v_y = v_z = 0$ dla wszystkich $\mathbf{r}$. Przyjmujemy, że gęstość ρ ne zależy od $\mathbf{r}$.