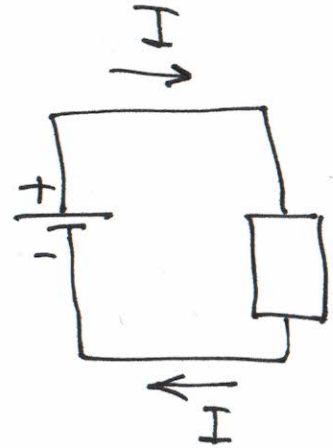
Moc w obwodach elektrycznych



Ilość ładunku przeniesionego w przedziale czasu dt:

$$dq = I\,dt$$

Wartość zmiany energii potencjalnej

$$dE_p = dq \cdot U = I\,dt\,U$$

Moc, związana z przekazaniem energii elektrycznej (zamiana w ciepło)

$$P = \frac{dE_p}{dt} \Rightarrow \boxed{P = IU}$$ – energia elektryczna przekazana w jednostkę czasu

Jednostka: Wat $1W = 1V \cdot A = 1\frac{J}{C} \cdot \frac{C}{s} = 1\frac{J}{s}$

$$R = \frac{U}{I} \Rightarrow \boxed{P = I^2 R} \quad \boxed{P = \frac{U^2}{R}}$$ – rozpraszanie energii w oporniku

Półprzewodniki:

Właściwości elektryczne miedzi i krzemu

Własciwość	Miedź	Krzem
Typ materiału	metal	półprzewodnik
Koncentracja nośników	$9 \cdot 10^{28}\ m^{-3}$	$1 \cdot 10^{16}\ m^{-3}$
Opór właściwy	$2 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$	$3 \cdot 10^{3}\ \Omega \cdot m$
Współczynnik α	$+4 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$	$-7 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$

Opór właściwy krzemu można znacznie zmniejszyć przez domieszkowanie (dodanie niewielu określonych atomów domieszkowych)

W izolatorze jest dość duża energia uwolnienia elektronów, aby mogły się poruszać w materiale. Energia termiczna jest dla tego niewystarczająca. Dlatego nie ma wolnych elektronów.

W półprzewodniku energia uwolnienia elektronów nie jest tak duża jak w izolatorach.

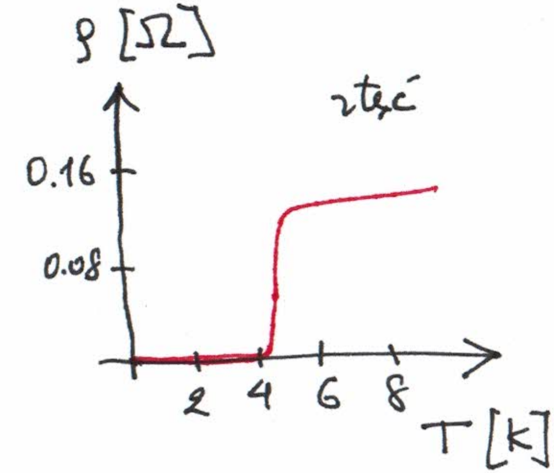
Wzór na przewodnictwo $\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m}$

n jest duża i stała w metalach

n jest mała i zależy od T w półprzewodnikach

Nadprzewodniki

Opór właściwy rtęci znika całkowicie przy $T < 4K$ (Kamerlingh Onnes, 1911)



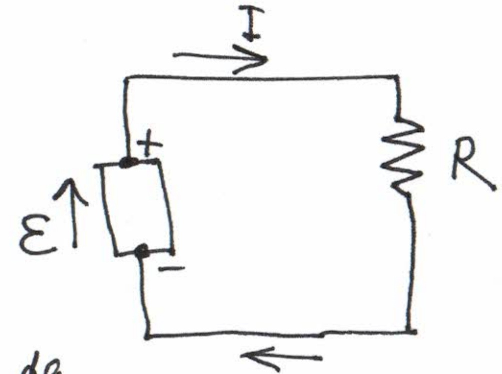
Ładunek może płynąć przez nadprzewodnik bez strat energii. Prądy w pierścieniu mogą płynąć przez wiele lat bez zmniejszenia.

Najlepsze przewodniki (srebro, miedź) nie mogą stać nadprzewodnikami, a nadprzewodniki ceramiczne są w normalnych warunkach izolatorami.

Istnieje przyciąganie między elektronami i tworzą się pary (pary Coopera) – to zapewnia właściwości nadprzewodzące.

Siła elektromotoryczna (SEM)

Źródło SEM – urządzenie, które wykonując pracę nad nośnikami ładunku, utrzymuje różnicę potencjałów między parą swych zacisków.



Źródła SEM: prądnica, ogniwo elektryczne (bateria), ogniwo słoneczne, termoogniwo, itd.

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{dW}{dq}} \quad \text{– SEM}$$

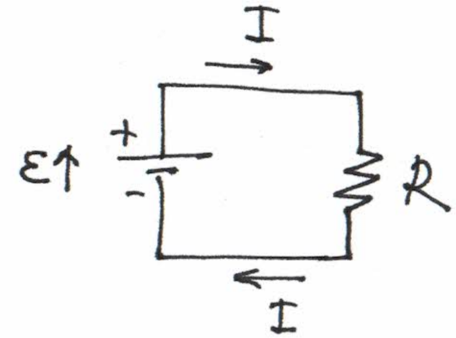
dW – praca wykonana nad ładunkiem dq aby zmusić go do ruchu

Siła elektromotoryczna źródła SEM jest pracą, przypadającą na jednostkę ładunku, jaką wykonuje źródło, przenosząc ładunek z bieguna o mniejszym potencjale do bieguna o większym potencjale

Jednostka SEM: wolt $1V = 1\frac{J}{C}$

Doskonałe źródło nie wykazuje żadnego oporu wewnętrznego.

Natężenie prądu w obwodzie



Praca, wykonana przez baterię nad ładunkiem dq

$$dW = \mathcal{E}\, dq = \mathcal{E} I\, dt$$

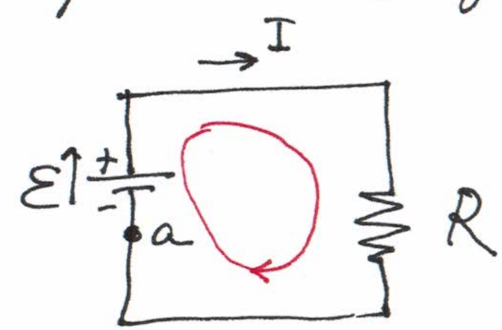
Praca wykonana przez baterię jest równa energii termicznej wytworzonej w oporniku

$$\mathcal{E} I\, dt = I^2 R\, dt \quad \Rightarrow \quad \mathcal{E} = IR$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R}}$$

II prawo Kirchhoffa

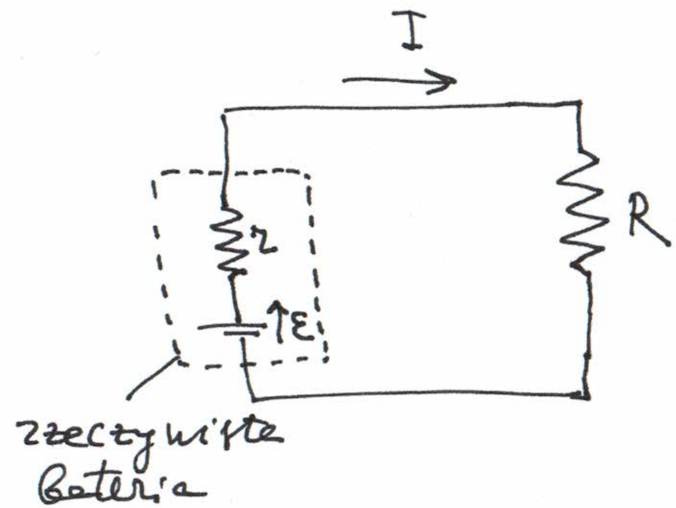
: Algebraiczna suma zmian potencjału napotykanych przy pełnym obejściu dowolnego oczka musi być równa zeru



$$V_a + \mathcal{E} - IR = V_a \quad \Rightarrow \quad \mathcal{E} - IR = 0$$

Gdy przemieszczamy się w kierunku I, zmiana potencjału wynosi $-IR$. Zmiana potencjału w źródle SEM wynosi $+\mathcal{E}$.

Opór wewnętrzny źródła SEM



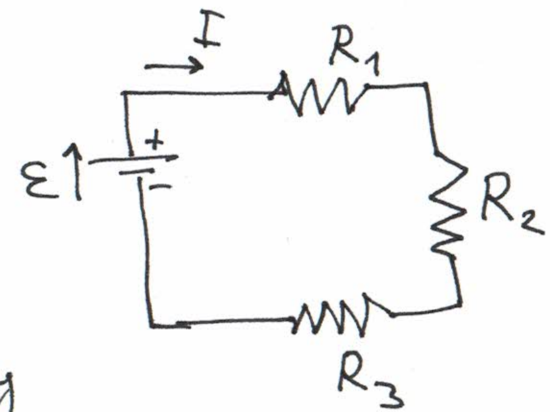
II prawo Kirchhoffa:

$$\mathcal{E} - Ir - IR = 0$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$$

r – opór wewnętrzny

Oporniki połączone szeregowo:



$$\mathcal{E} - IR_1 - IR_2 - IR_3 = 0$$

– II prawo Kirchhoffa

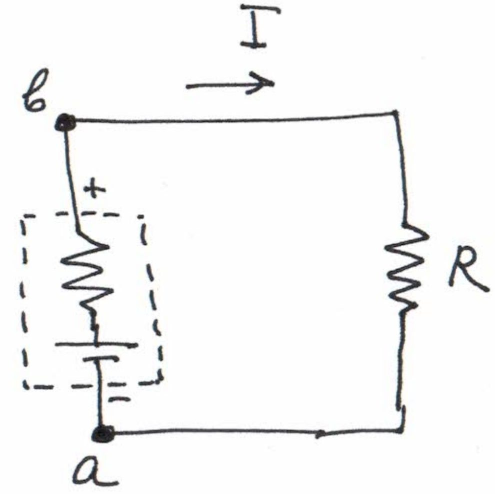
$$\Rightarrow \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R_1+R_2+R_3} = \frac{\mathcal{E}}{R_{zw}}$$

R_{zw} – równoważny opór

$$\boxed{R_{zw} = \sum_{j=1}^{n} R_j}$$

n oporników połączonych szeregowo

Różnice potencjałów



$$V_b - IR = V_a$$

$$V_b - V_a = IR = \varepsilon \frac{R}{R+r}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

Aby znaleźć różnicę potencjałów między dwoma punktami obwodu, należy rozpocząć w punkcie b, przejść dowolną drogą do punktu a, i dodać algebraicznie napotkane zmiany potencjału.

Moc, potencjał i SEM

Szybkość przekazywania energii ze źródła

$$P = IU = I(\varepsilon - Ir) = I\varepsilon - \underbrace{I^2 r}_{\text{moc rozproszona w źródle}}$$

$$\boxed{P_{SEM} = I\varepsilon}$$ moc źródła SEM

I prawo Kirchhoffa

Suma natężeń prądów wpływających do dowolnego węzła musi być równa sumie natężeń prądów wypływających z tego węzła

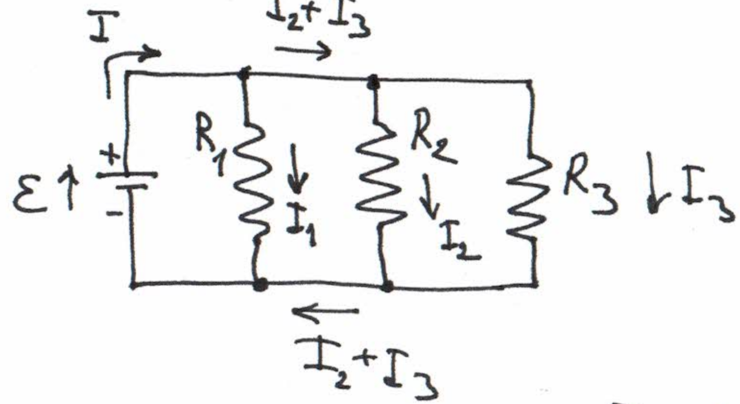
$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}, \quad I_3 = \frac{U}{R_3}$$

$$\frac{U}{R_{zw}} = U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

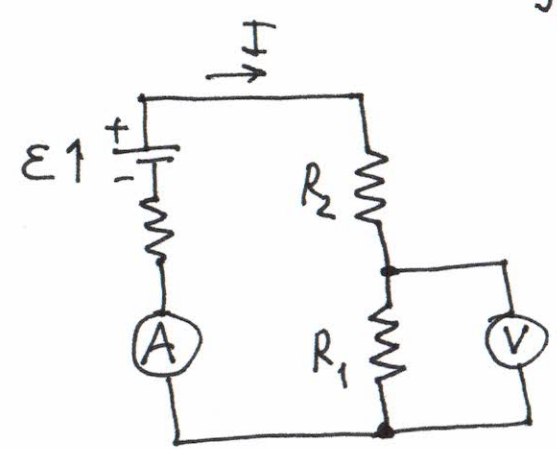
$$\boxed{\frac{1}{R_W} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j}}$$

n oporników połączonych równolegle



Gdy różnica potencjałów U jest przyłożona do oporników połączonych równolegle, na wszystkich opornikach jest taka sama różnica potencjałów U.

Amperomierz i woltomierz



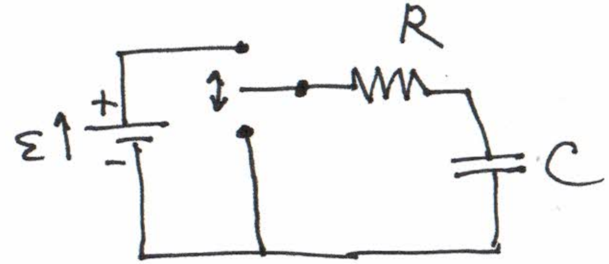
Amperomierz — przyrząd używany do pomiaru natężenia prądu

Woltomierz — miernik do pomiaru różnicy potencjałów

Opór R_A jest bardzo mały

Opór R_V jest bardzo duży

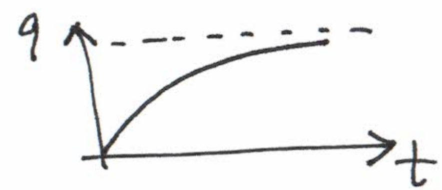
Obwody RC

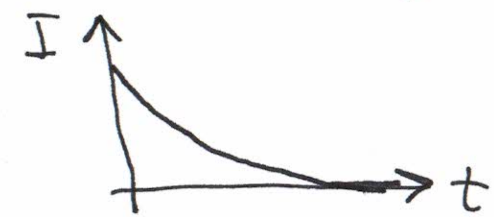


Ładowanie kondensatora:

$$\mathcal{E} - IR - U_C = 0 \qquad U_C = \frac{q}{C}$$

$$\Rightarrow \underbrace{R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}}_{\text{równanie ładowania}} \qquad I = \frac{dq}{dt}$$





Rozwiązanie równania:

$$\boxed{q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right)} \qquad \boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}}$$

$$\boxed{\tau = RC} \text{ — stała czasowa} \qquad \boxed{U_C = \mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$

Rozładowanie kondensatora:

$$R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0$$

równanie rozładowania

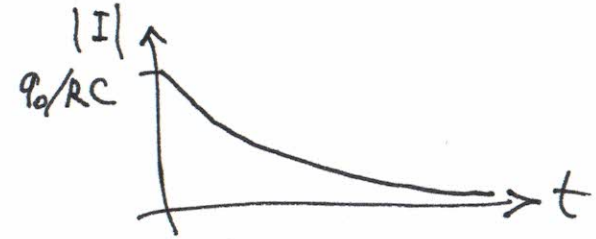
Rozwiązanie:

$$\boxed{q=q_0 e^{-t/RC}} \quad \boxed{I=-\frac{q_0}{RC}e^{-t/RC}}$$

– rozładowanie kondensatora

$q_0 = C\,U_0$

początkowy ładunek na kondensatorze



Równania różniczkowe ze stałymi koeficjentami – Matematyka

$y'' + py' + qy = 0$ – równanie jednorodne dla $y(x)$

$y = e^{kx}$ $\quad y' = ke^{kx}$, $y'' = k^2 e^{kx}$

$\Rightarrow$ $k^2 + pk + q = 0$ – równanie charakterystyczne dla k

k_1 i k_2 – rozwiązanie równanie charakterystycznego

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} y(x) = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x} \\ y(x) = e^{k_1 x}(C_1 + C_2 x) \end{array}} \begin{array}{l} \text{– jeśli } k_1 \neq k_2 \\ \text{– jeśli } k_1 = k_2 \end{array}$$

ogólne rozwiązanie

C_1 i C_2 – const

$y'' + py' + qy = f(x)$ – $\underbrace{\text{równanie niejednorodne}}$

$$\Rightarrow \boxed{y(x) = y_0(x) + y_1(x)}$$

ogólne rozwiązanie niejednorodnego równania

$y_0(x)$ – rozwiązanie z $f(x)=0$

$y_1(x)$ – szczególne rozwiązanie niejednorodnego równania

Przykład: Ładowanie kondensatora w obwodzie RC

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R}$$ – równanie niejednorodne

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0$$ – równanie jednorodne

$$q = e^{kt} \Rightarrow k e^{kt} + \frac{e^{kt}}{RC} = 0$$

$$k = -\frac{1}{RC} \Rightarrow \underbrace{q_0 = B e^{-t/RC}}_{B=\text{const}}$$ – rozwiązanie jednorodnego równania

Szczególne rozwiązanie: $q_1 = \mathcal{E}C$

$$\underbrace{q = Be^{-t/RC} + \mathcal{E}C}$$ – ogólne rozwiązanie

$B = -\mathcal{E}C$

$$\boxed{q = \mathcal{E}C\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$

Przy $t \to \infty$, $q \to \mathcal{E}C$