

# Grawitacja

Rzeszów University of Technology

1 lutego 2023

- D. Halliday, R. Resnik, J. Walker. Podstawy fizyki, tom 1.
- Fizyka dla szkół wyższych, tom 1. Openstax Polska.

Siła grawitacyjna (Newton, 1665)

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

Ciało o kształcie jednorodnej powłoki kulistej przyciąga cząstkę, znajdującą się na zewnątrz powłoki tak, jak gdyby masa powłoki była skupiona w jej środku.

Gdy mamy do czynienia z grupą cząstek, możemy wyznaczyć siłę grawitacyjną, jaka działa na jedną z tych cząstek wszystkie inne, korzystając z **zasady superpozycji**

$$\vec{F}_{1, \text{wyp}} = \sum_{i=2}^n \vec{F}_i$$

Grawitacja w pobliżu powierzchni Ziemi

$$F = G \frac{Mm}{R^2} = mg, \quad g = \frac{GM}{R^2}$$

gdzie  $M$  i  $R$  - masa i promień Ziemi



Faktycznie przyspieszenie w pobliżu powierzchni Ziemi różni się od  $g$  z powodu tego, że

- Ziemia nie jest jednorodna
- Ziemia nie jest kulista
- Ziemia obraca się:

Przyspieszenie  $a$  w **nieinercjalnym układzie odniesienia** (tzn.  $a$  - przyspieszenie "pozorne"), związanym z powierzchnią Ziemi, można znaleźć z równania

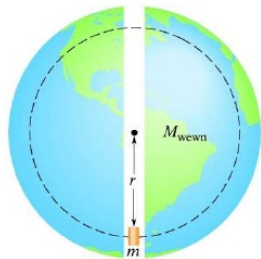
$$ma = mg - m\omega^2 R \Rightarrow a = g - \omega^2 R$$

### Grawitacja wewnątrz Ziemi

$$F = G \frac{mM_{wewn}}{r^2}, \quad M_{wewn} = \rho \frac{4\pi r^3}{3},$$

gdzie  $\rho$  - średnia gęstość

*Wypadkowa siła grawitacyjna, jaką ciało w kształcie jednorodnej powłoki kulistej działa na cząstkę znajdującą się wewnątrz powłoki, jest równa zeru*



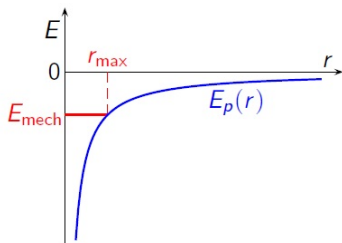
# Grawitacyjna energia potencjalna

Związek siły i energii potencjalnej

$$F = -\frac{dE_p}{dr}$$

Ponieważ  $F = \frac{GMm}{r^2}$ , dostajemy wyrażenie dla energii potencjalnej ciała masy  $m$  w polu grawitacyjnym

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$



# Prędkość ucieczki

Prędkość ucieczki - minimalna prędkość, którą należy nadać obiektowi aby oddalić się z powierzchni danego ciała niebieskiego do nieskończoności

Prawo zachowania energii mechanicznej

$$E_{mech} = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv_u^2 - \frac{GMm}{R} = 0$$
$$\Rightarrow v_u = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Ciało	M [kg]	R [m]	$v_u$ [km/s]
Księżyc	$7.36 \cdot 10^{22}$	$1.74 \cdot 10^6$	2.4
Ziemia	$5.98 \cdot 10^{24}$	$6.37 \cdot 10^6$	11.2
Jowisz	$1.90 \cdot 10^{27}$	$7.15 \cdot 10^7$	59.5
Słońce	$1.99 \cdot 10^{30}$	$6.96 \cdot 10^8$	618.0

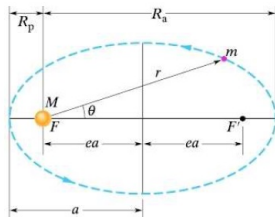
Prawo powszechnego ciążenia razem z prawami dynamiki Newtona opisują bardzo dobrze ruch obiektów w Kosmosie

Prawa Keplera opisują ruch planet wokół Słońca

- 1 Wszystkie planety poruszają się po orbitach w kształcie elipsy, w której ognisku znajduje się Słońce
- 2 Linia łącząca planetę ze słońcem zakreśla w jednakowych odstępach czasu jednakowe pola powierzchni w płaszczyźnie orbity,  $\frac{dS}{dt} = const$
- 3 Kwadrat okresu ruchu każdej planety na orbicie wokół Słońca jest proporcjonalny do sześcienu półosi wielkiej tej orbity

Dla orbity kołowej

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$



$a$  - półoś wielka elipsy

$e$  jest mimośrodem elipsy

Dla Ziemi  $e \simeq 0,0167$

Podstawowym postulatem teorii grawitacji jest **zasada równoważności**:

Skutki grawitacji i ruchu przyspieszonego są sobie równoważne

Według Einsteina przyczyną grawitacji jest zakrzywienie (odkształcenie) przestrzeni powodowane przez masy. Zakrzywienie dotyczy **czterowymiarowej czasoprzestrzeni**

Gdy światło przebiega w pobliżu Ziemi, jego tor nieco się zakrzywia ze względu na krzywiznę przestrzeni w otoczeniu Ziemi. Zjawisko to nazywa się **ogniskowaniem (soczewkowaniem) grawitacyjnym**



a)



b)