FIZYKA II

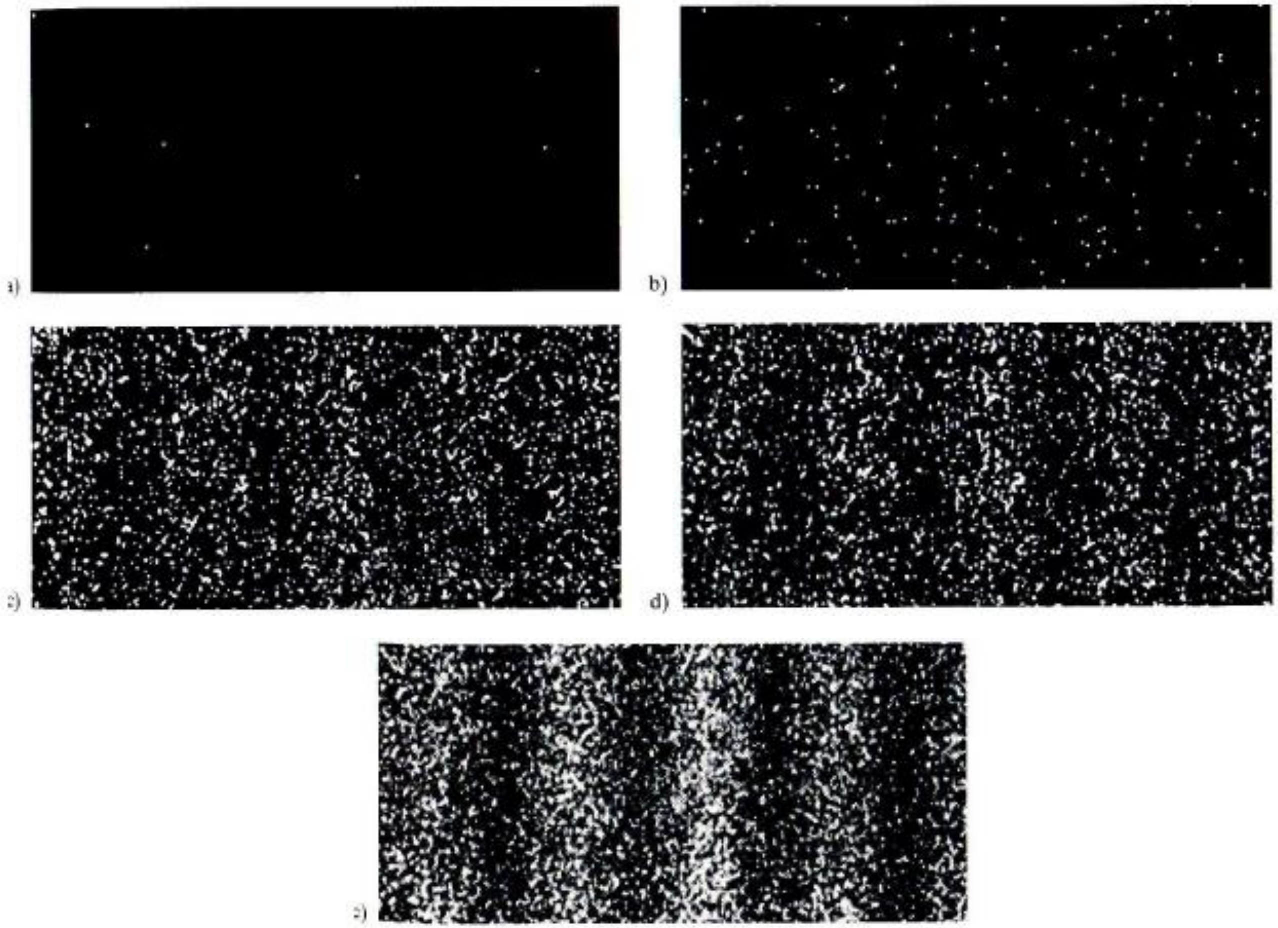
Vitalii Dugaev

Katedra Fizyki i Inżynierii Medycznej
Politechnika Rzeszowska

Semestr letni, rok 2017/2018

Interferencja elektronów

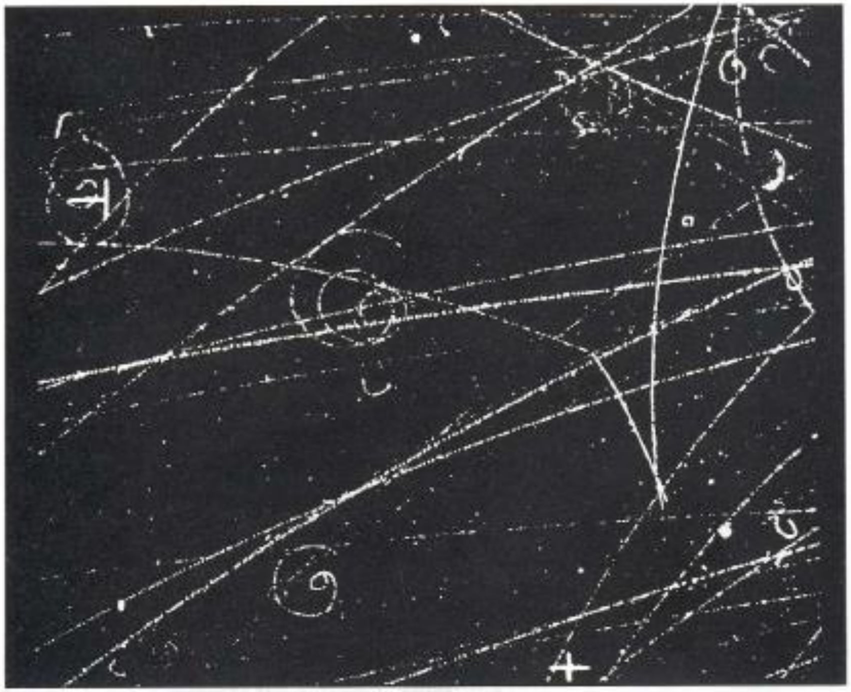
Powstanie obrazu interferencyjnego wywołanego wiązką elektronów przechodzących przez dwie szczeliny:

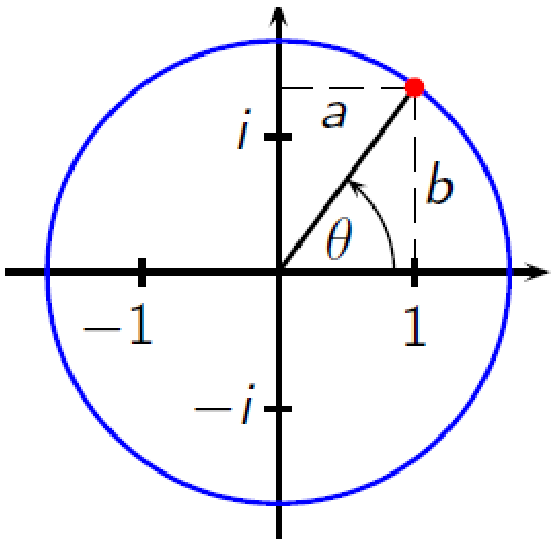


Fale materii są falami prawdopodobieństwa

Tory cząstek w komorze pęcherzykowej

Tory naładowanych cząstek (doświadczenie Alvareza) – jeden z dowodów na korpuskularną naturę materii





Płaszczyzna liczb zespolonych

Definicje

Liczba zespolona z ma postać:
$z = a + ib$,
gdzie a, b są rzeczywiste,
i jest liczbą urojoną: $i^2 = -1$

z^* — liczba sprzężona do z:
$z^* = a - ib$

Wartość bezwzględna liczby z:
$|z| = \sqrt{z\,z^*}$

- $|z|^2 = (a+ib)(a-ib) = a^2 + b^2$
- Postać geometryczna:
  $z = |z|(\cos\theta + i\sin\theta) = |z|e^{i\theta}$

  np. pierwiastki liczby -1:
  $i = e^{i\pi/2}, \qquad -i = e^{-i\pi/2}$

Funkcja falowa

$\Psi(x, y, z, t)$ – funkcja falowa (która jest liczbą zespoloną)

Funkcja ψ opisuje stan cząstki (elektronu)

W stanie stacjonarnym energia cząstki jest zachowana.

Funkcję falową w stanie stacjonarnym można przedstawić w postaci:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} \qquad \omega = 2\pi E/h$$

$|\psi|^2$ – gęstość prawdopodobieństwa znalezienia cząstki w pewnym punkcie przestrzeni-czasu

Interpretacja Maxa Borna:

Prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w małej objętości wokół danego punktu jest proporcjonalne do wartości $|\Psi|^2$ w tym punkcie.

Równanie Schrödingera

Równanie Schrödingera dla ruchu jednowymiarowej cząstki w stanie stacjonarnym:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}[E - U(x)]\psi = 0}$$

U(x) – energia potencjalna cząstki

Albo możemy przedstawić równanie Schrödingera w postaci:

$$\boxed{\hat{H}\psi = E\psi}$$

gdzie $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + U(x)$ – hamiltonian (operator energii)

$\hbar = h/2\pi$ – stała Diraca

Równanie Schrödingera dla cząstki swobodnej

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0 \qquad U(x) = 0$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0 \qquad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = \frac{p}{\hbar}$$

Ogólne rozwiązanie:

$$E = \frac{mv^2}{2}$$

$$\psi(x) = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx} + B\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}$$

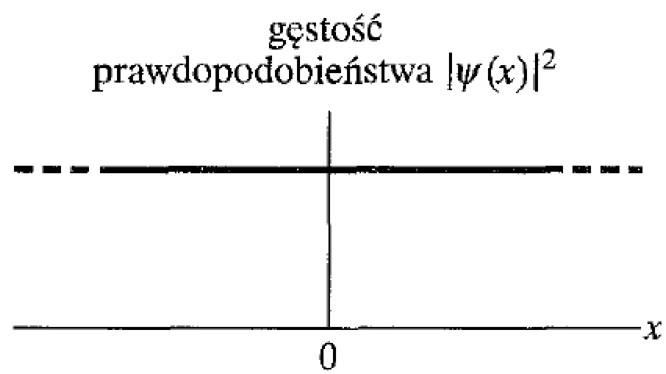
$$p = mv$$

$$\Psi(x,t) = \psi(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t)} + B\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(kx+\omega t)}$$

Jeżeli cząstka porusza się w kierunku osi *x*:

$$\psi(x) = \psi_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$$

$$|\psi|^2 = (\psi_0^2)$$ – stała



Cząstkę można wykryć z jednakowym prawdopodobieństwem we wszystkich punktach przestrzeni *x*.

Zasada nieoznaczoności Heisenberga

Niezdolność do przewidzenia położenia cząstki jest związana z tym, że pęd ma pewną wartość.

Zasada nieoznaczoności stwierdza, że ***położeniu i pędowi cząstki nie można równocześnie przepisać wartości pomiarowych z nieograniczoną dokładnością:***

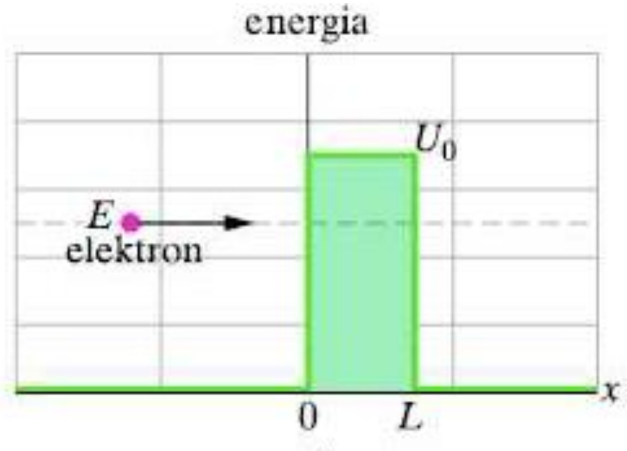
$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geqslant \hbar$$

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geqslant \hbar$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geqslant \hbar$$

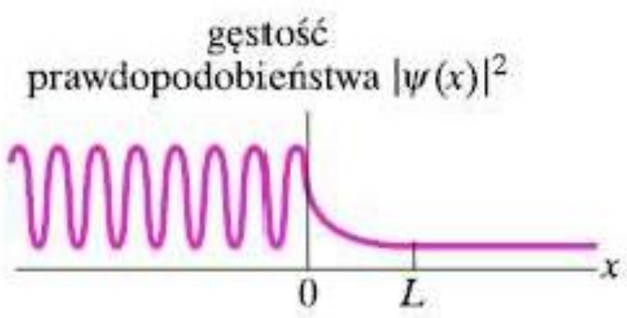
$$\hbar = h/2\pi$$

Zjawisko tunelowe



a)

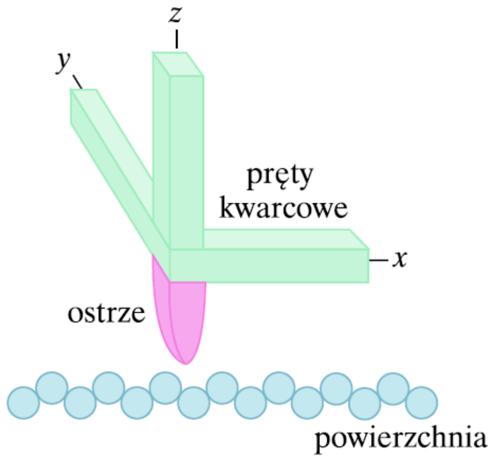
– bariera potencjału



b)

Zastosowanie

Skaningowy mikroskop tunelowy (STM)



Współczynnik przejścia (transmisji):

$$T \approx e^{-2kL} \qquad k = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_0 - E)}{h^2}}$$

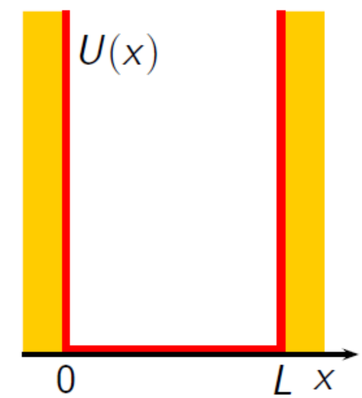
Elektron w pułapce

$$U(x) = 0 \text{ dla } 0 < x < L$$

$$U \to \infty \text{ dla } x < 0 \text{ i } x > L$$

$$\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right), \qquad n = 1, 2, 3...$$

n – liczba kwantowa



Kwantyzacja: $L=n\lambda/2$

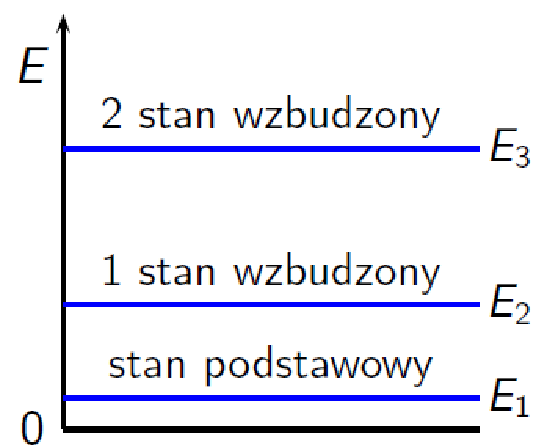
Związek długości fali i energii:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

Zależność energii od liczby kwantowej *n*:

$$E_n = \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)n^2 \qquad \text{dla } n = 1, 2, 3, \ldots$$

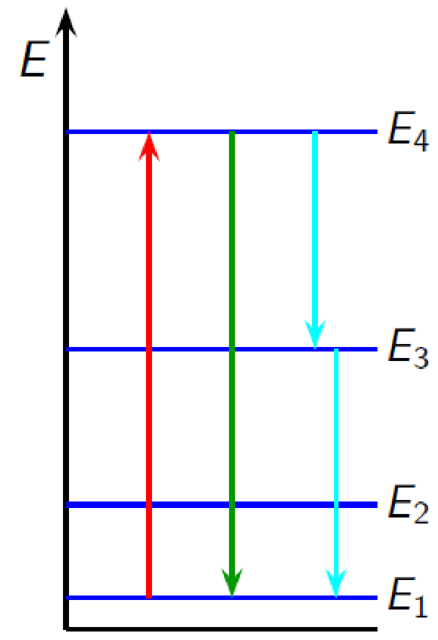
$$\Delta E = E_{\mathrm{w}} - E_{\mathrm{n}}$$



Poziomy energetyczne

Przejścia kwantowe

Aby zlokalizowany elektron mógł pochłonąć foton, energia tego fotonu $h\nu$ musi być równa różnicy energii ΔE pomiędzy początkowym poziomem energetycznym elektronu a wyższym poziomem energetycznym:



$$h\nu = \Delta E = E_{\mathrm{w}} - E_{\mathrm{n}}$$

– wzbudzenie elektronu w wyniku absorpcji światła

Odwrotne przejście – deeksytacja z wypromieniowaniem fotonu

Energia stanu podstawowego:

$$E_1 = \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)n^2 \approx 6{,}03 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{J} = 37{,}7\ \mathrm{eV}$$

h = 6,63·10^{-34} J·s
m = 9,11·10^{-31} kg
L = 100 pm