

FIZYKA II

Vitalii Dugaev

*Katedra Fizyki i Inżynierii Medycznej
Politechnika Rzeszowska*

Semestr letni, rok 2017/2018



Funkcje falowe elektronu w pułapce

$$\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots$$

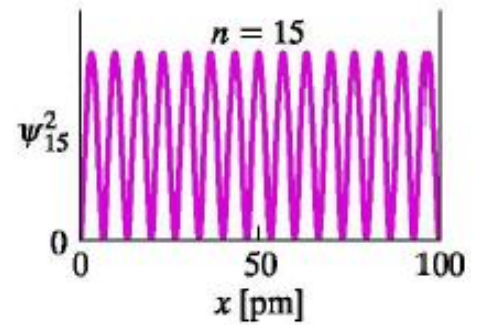
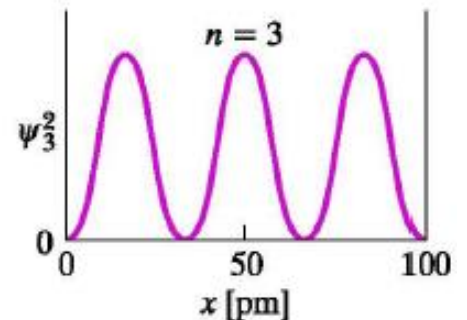
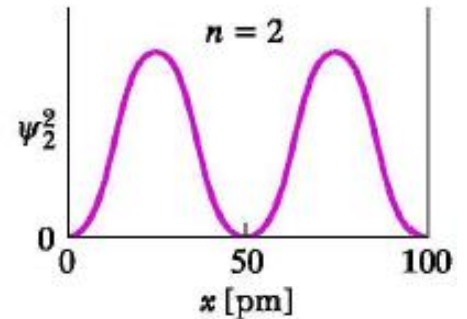
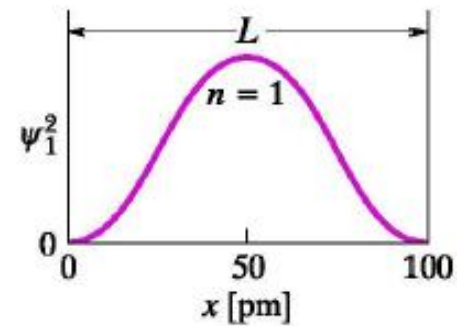
Prawdopodobieństwo wykrycia elektronu w punkcie x wewnątrz studni (gęstość prawdopodobieństwa):

$$p(x) = \psi_n^2(x) dx \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^2(x) dx = 1$$

$$\psi_n^2(x) = A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots$$

Ze wzrostem n prawdopodobieństwo staje coraz bardziej jednorodne.

Dla dostatecznie dużych liczb kwantowych przewidywania fizyki kwantowej przechodzą w sposób ciągły w przewidywania fizyki klasycznej

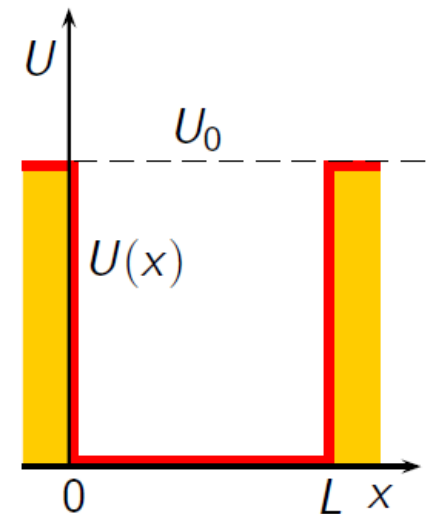


Elektron w skończonej studni kwantowej

Równanie Schrödingera:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}[E - U(x)]\psi = 0$$

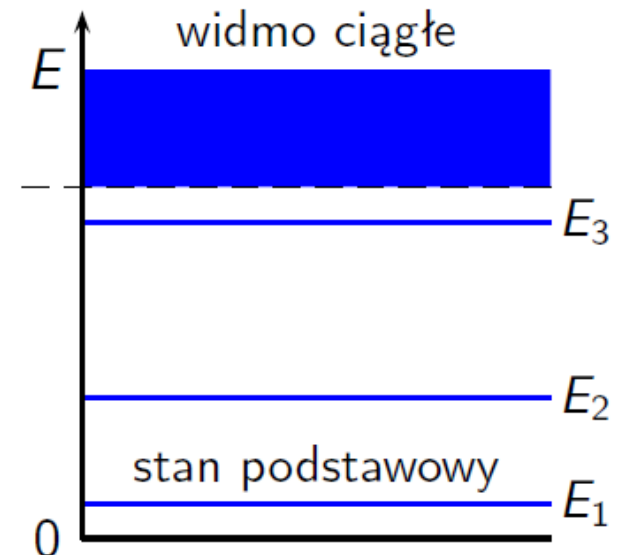
U_0 – głębokość studni



Elektron o energii $E > U_0$ nie jest uwięziony.
Jego energia nie jest skwantowana.

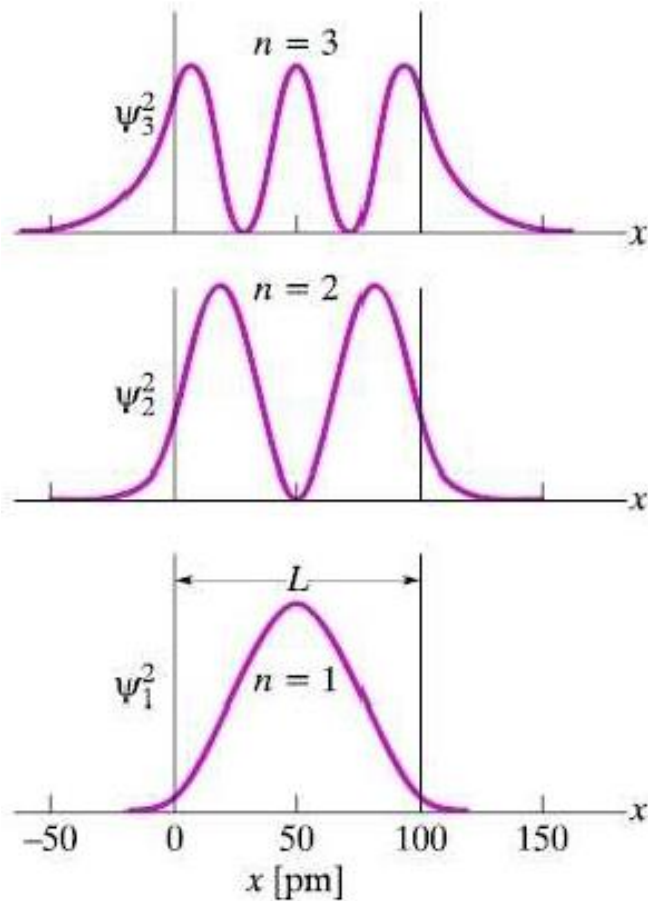
E_1, E_2, E_3 – poziomy energetyczne.
Elektron w tych stanach $n = 1, 2, 3$ jest
zlokalizowany w studni kwantowej

Przykłady: półprzewodnikowe studni
kwantowe, kropki kwantowe, itd.



Funkcje falowe

Gęstość prawdopodobieństwa dla elektronu uwięzionego w skończonej studni kwantowej:



Atom wodoru

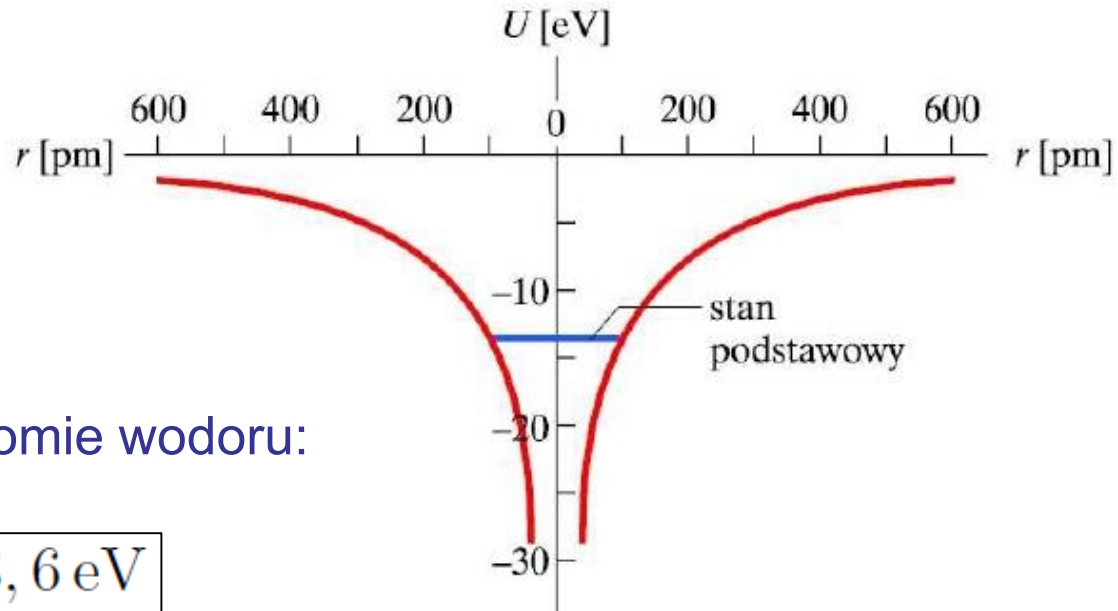
Energia potencjalna:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Energie stanów elektronu w atomie wodoru:

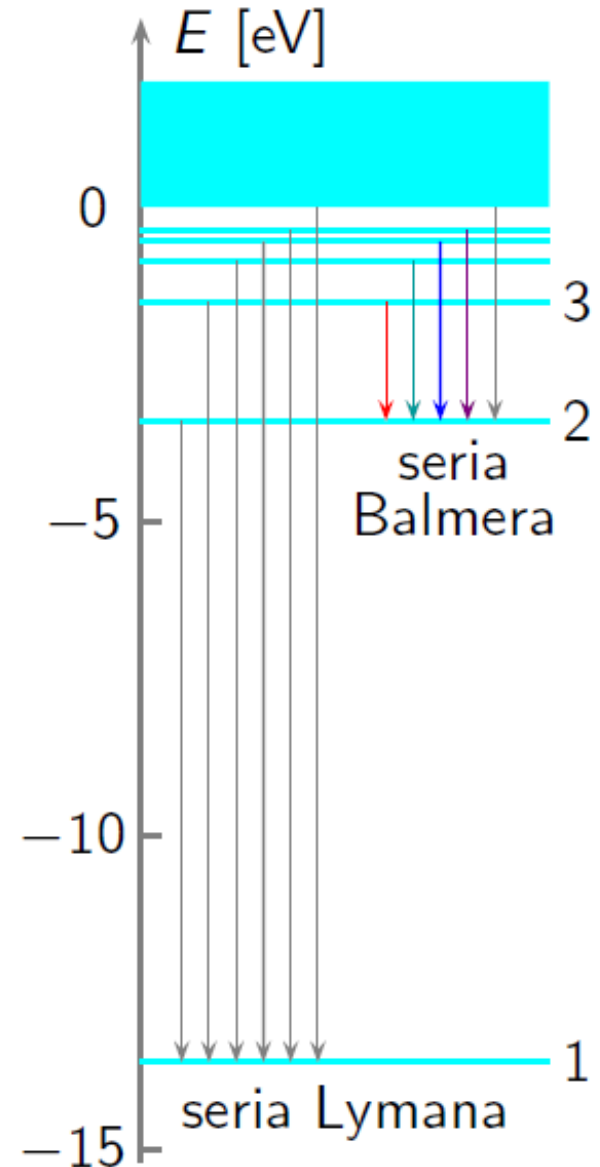
$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$$

n – główna liczba kwantowa



Widma atomu wodoru

- Elektron przechodząc ze stanów wzbudzonych $n > 1$ do niższych stanów emituje foton o częstotliwości $\nu = \Delta E/h$ (linie widmowe w spektroskopie).
- Zbiór takich linii nazywamy widmem atomu wodoru.
- Linie widmowe układają się w serie dla określonych wartości końcowego lub początkowego poziomu energetycznego.
- Granica serii — przejście z poziomu $n = \infty$, $E = 0$.



Widmo emisyjne i absorpcyjne atomu wodoru

Linie **serii Balmera** — przejścia do poziomu $n = 2$



Widmo **emisyjne** — emisja fotonu

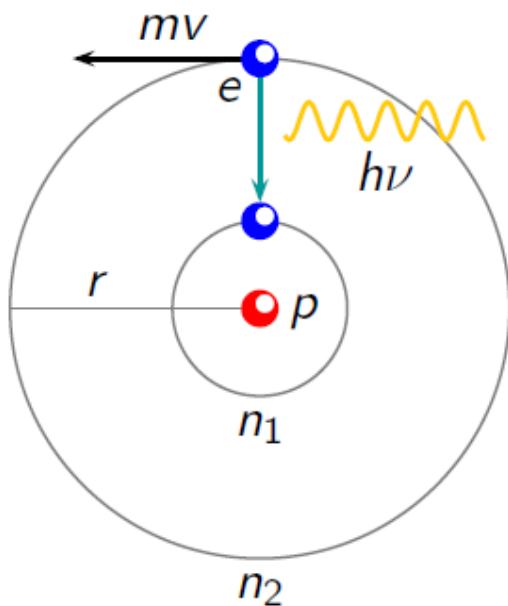


Widmo **ciągłe** emitowane przez ciało doskonale czarne



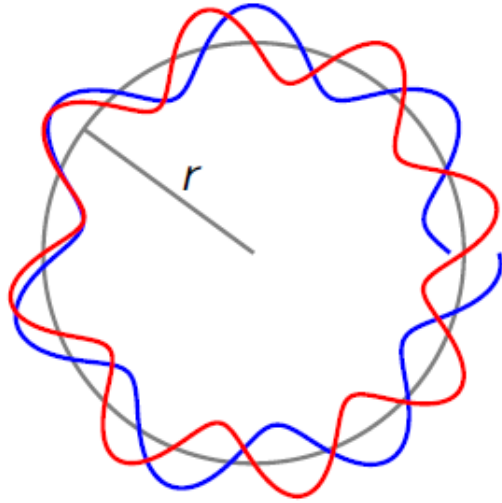
Widmo **absorpcyjne** — pochłanianie fotonów z widma ciągłego (Color Science)

Model Bohra atomu wodoru



- W 1913 r. Niels Bohr proponuje model atomu wodoru mający wyjaśnić obserwowane widma. Nobel w 1922 r.
- Elektron krąży po **orbitach kołowych** spełniających warunek $mvr = n\hbar$, bez straty energii (sprzeczność z klasyczną fizyką).
- Przy **przeskokach** elektronu między orbitami jest emitowany lub absorbowany foton o energii $h\nu = |E_2 - E_1|$.

Fale elektronowe na orbicie



Warunek niespełniony

Warunek spełniony

- Fala stojąca w atomie wodoru odpowiada fali stojącej w strunie.
- Długość fali musi spełnić warunek:

$$n\lambda = 2\pi r$$

- Dyskretne wartości energii w atomie są odpowiednikiem dyskretnej wartości częstości drgań struny.

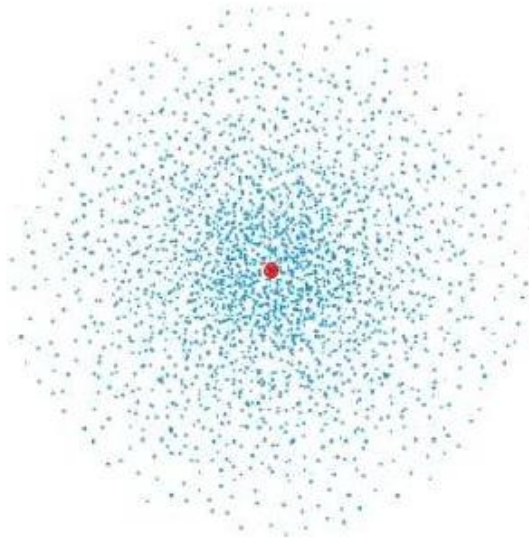
Liczby kwantowe w atomie wodoru

- Energie stanów atomu wodoru opisuje **liczba n** .
- Funkcja falowa wymaga podania **trzech liczb kwantowych**:

Symbol	Nazwa liczby kwantowej	Dozwolone wartości
n	główna	1, 2, 3, ...
l	orbitalna	0, 1, 2, ..., $n - 1$
m_l	magnetyczna	$-l, \dots, 0, \dots, +l$

- **Liczba orbitalna** — miara wielkości momentu pędu stanu.
- **Liczba magnetyczna** — określa kierunek wektora momentu.

Funkcja falowa stanu podstawowego



Rozkład gęstości
prawdopodobieństwa (HRW)

Stan podstawowy atomu
wodoru:

$$n = 1, l = 0, m_l = 0$$

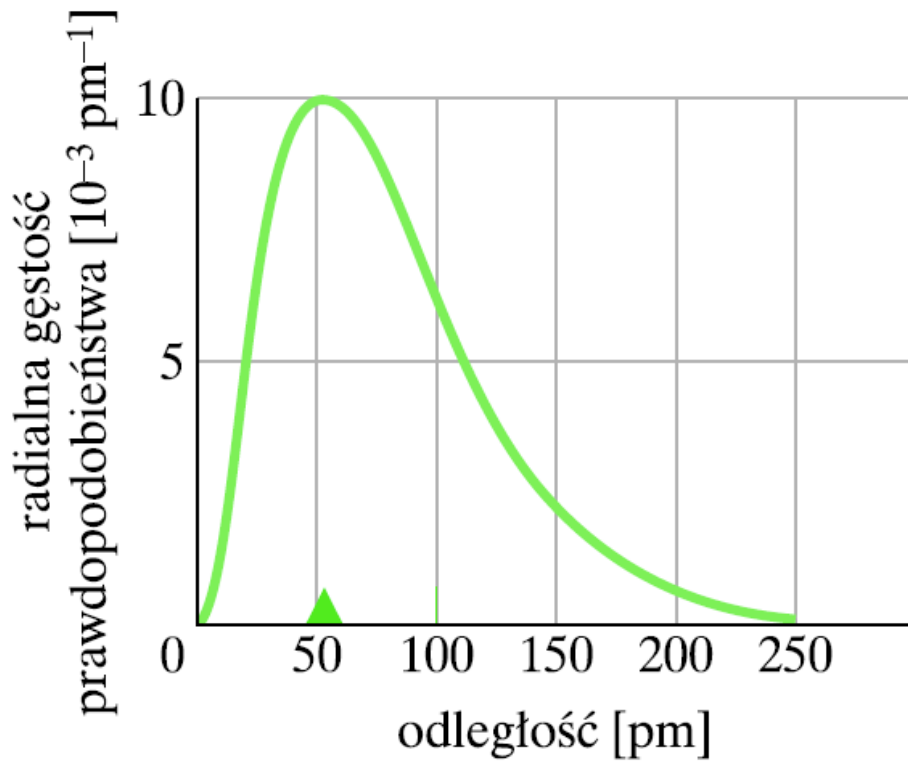
Funkcja falowa :

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$$

Promień Bohra :

$$a \approx 0.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Elektron można
najprawdopodobniej znaleźć
w odległości $r = a$ od jądra.



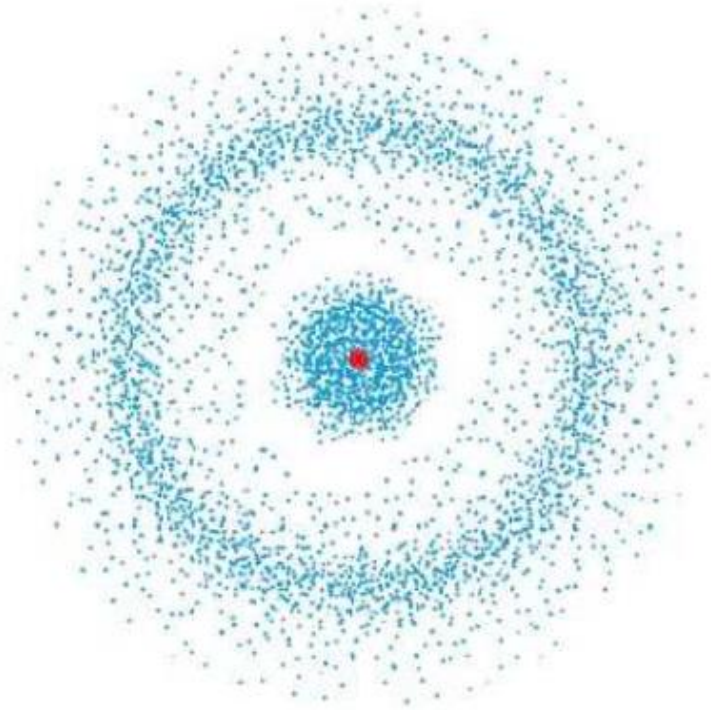
Rys. 40.18. Rozkład radialnej gęstości prawdopodobieństwa $P(r)$ dla stanu podstawowego atomu wodoru. Trójkąt został umieszczony w odległości jednego promienia Bohra od początku układu współrzędnych. Początek układu współrzędnych oznacza środek atomu

Radialna gęstość prawdopodobieństwa:

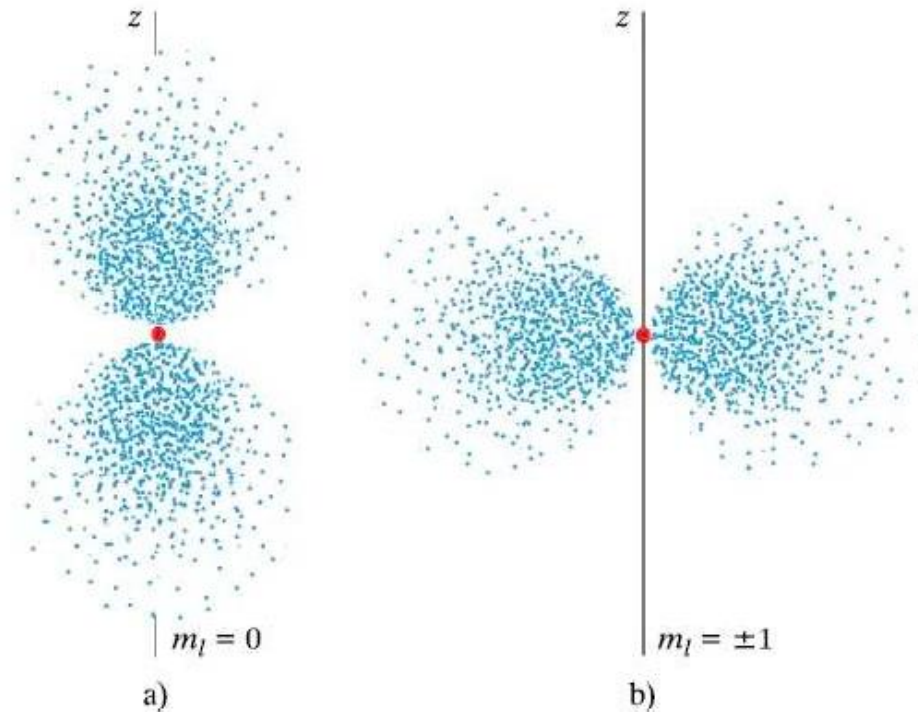
$$P(r) = \frac{4}{a^3} r^2 e^{-2r/a}$$

$$\int_0^{\infty} P(r) dr = 1$$

Funkcja falowa stanu $n = 2$

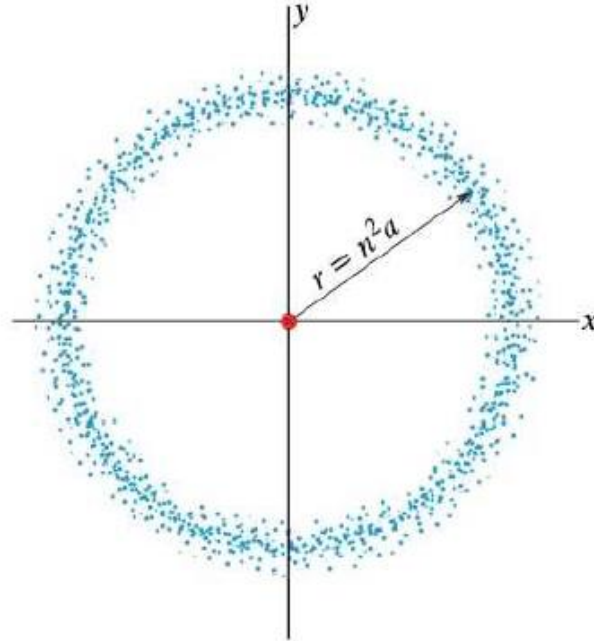


- Gęstości prawdopodobieństwa dla **wzbudzonego** stanu atomu wodoru: $n = 2$, $l = 0$, $m_l = 0$ (HRW).
- Rozkład gęstość ma symetrię **sferyczną**.



- Gęstości prawdopodobieństwa dla **wzbudzonego** stanu atomu wodoru: $n = 2$, $l = 1$, $m_l = 0$ i $m_l = \pm 1$ (HRW).
- Rozkład gęstości ma symetrię **osiową**.
- Stany te można rozróżnić włączając zewnętrzne pole elektromagnetyczne.

Funkcja falowa stanu $n = 45$



- Gęstość prawdopodobieństwa dla **wysoko wzbudzonego** stanu atomu wodoru: $n = 45$, $l = 44$ (HRW).
- Rozkład gęstości ma kształt pierścienia o średnim promieniu an^2
- Przejście do **orbity** w sensie klasycznym dla **dużych** liczb kwantowych.